PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 7. 1. April 1919. Redaktionsschluß für No. 9 am 10. April 1919. 20. Jahrgang.

INHALT:

Originalmitteilungen:

M. Abraham, H. Rausch v. Traubenberg u. J. Pusch, Über ein Verfahren zur Bestimmung der spezifischen Leitfähigkeit des Erdbodens. S. 145.

M. Abraham, Zur Theorie der Drahtwellen in einem leitenden Medium. S. 147.

W. Brandt, Über die Phasenverhältnisse beim Audion mit Rückkoppelung. S. 149.

A. Wigand, Eine Methode zur Messung der Sicht. S. 151.

P. Debye, Das molekulare elektrische Feld in Gasen. S. 160.

J. Holtsmark, Über die Verbreiterung von Spektrallinien. S. 162.

Tagesereignisse. S. 168.

Personalien. S. 168.

Gesuche. S. 168.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über ein Verfahren zur Bestimmung der spezifischen Leitfähigkeit des Erdbodens.

Mitteilung aus dem Laboratorium der Gesellschaft für drahtlose Telegraphie m. b. H. (Telefunken).

Von M. Abraham, H. Rausch von Traubenberg und J. Pusch.

1.

Die Kenntnis der spezifischen Leitfähigkeit σ des Bodens ist für die Erdungsanlagen von Antennen von großer Bedeutung. Ihre Bestimmung muß unter solchen Bedingungen erfolgen, wie sie tatsächlich in der Praxis vorhanden sind.

Da die Erdungsmittel meistens in eingegrabenen Drähten bestehen, die 30 bis 50 cm tief unter dem Boden liegen, muß die spezifische Leitfähigkeit auch für solche Stellen des Bodens gemessen werden. Das Herausnehmen kleiner Bodenproben und deren Messung in besonderen Versuchsgefäßen erscheint keineswegs einwandfrei.

Die theoretische Durchrechnung der im Folgenden beschriebenen Versuche vereinfacht sich erheblich unter der Annahme, daß der Erdboden als guter Leiter in dem Sinne anzusehen ist, daß der Verschiebungsstrom gegen den Leitungsstrom vernachlässigt werden kann.

Man setze

$\eta = 2c\sigma\lambda$,
$c = 3 \cdot 10^{10}$ cm/sec,
$\sigma =$ Leitfähigkeit in elm. Maß,
$\lambda =$ Wellenlänge in cm.

Wird nun eine aus zwei parallelen Drähten von vernachlässigtem kleinen Widerstande bestehende Leitung in den Halbleiter (Erde) eingegraben (Lecher-System) und an ihren Beginn eine Wechselspannung gelegt, welche mit einem ungedämpften Röhrensender erzeugt wird, so geht der Strom in jeder Querschnittsebene ($x = \text{const}$) von einem Draht durch die Erde zum anderen über.

Dringt also die Wechselspannung in der Leitung bis zur Tiefe x vor, so ist der gesamte reziproke Widerstand der Erde proportional σx; das Vordringen des Wechselfeldes längs der Leitung erfolgt ähnlich wie das Eindringen des Wechselstromes in einem Metalldraht (skineffect), in einer gedämpften Welle. Die Abnahme der Amplitude befolgt ein Exponentialgesetz

$$i = i_0 e^{-\beta x};$$

hierbei wird β falls man die Dielektrizitätskonstante ε gegen η vernachlässigt (Verschiebungsstrom klein gegen Leitungsstrom)

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\frac{\eta}{2}} = 2\pi\sqrt{\frac{c\sigma}{\lambda}}. \qquad (I)$$

Die räumliche Dämpfung ist demnach um so größer, je größer die Leitfähigkeit σ und je kleiner die Wellenlänge λ ist.

Die Strecke, auf welcher die Amplitude auf $\frac{1}{e} = \frac{1}{2{,}72}$ sinkt, ist gegeben durch

$$x = \frac{1}{\beta} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\lambda}{\sigma c}}. \qquad (II)$$

Wir nehmen an, daß die Leitung mindestens diese Länge hat, so daß die Welle sich totläuft.

Die vorstehende Formel II liefert uns bei bekanntem λ nach Messung der Stromverteilung auf den Drähten alle Daten, um σ zu ermitteln

$$\sigma = \frac{1}{4\pi^2 x^2}\frac{\lambda}{c}. \qquad (III)$$

2.

Bei den praktischen Messungen wurde so verfahren, daß ein Erddraht auf Stellen, die 2,5, 5,10 m vom Anregungspunkt entfernt waren, durch Ausgraben bloßgelegt wurde. Ein Hitzdraht-Ampèremeter von geringem Widerstand wurde in den aufgeschnittenen Erddraht mit kurzen Zuleitungen direkt eingeschaltet; die Meßreihe I

Meßreihe I.

Wiesenboden, gefroren.
Meß-Ampèremeter 4,5 Ω.

Wellenlänge m	Entfernung vom Erregungspunkt	Strom im Erddraht Amp.	Spezifische Leitfähigkeit σ in elm. Maß
280	0	0,25	$1{,}3 \cdot 10^{-13}$
	2,5	0,13	
	5	0,075	
	10	0,025	
540	0	0,28	$1{,}17 \cdot 10^{-13}$
	2,5	0,168	
	5	0,115	
	10	0,075	
700	0	0,255	$1{,}18 \cdot 10^{-13}$
	2,5	0,16	
	5	0,115	
	10	0,075	
880	0	0,21	$1{,}14 \cdot 10^{-13}$
	2,5	0,142	
	5	0,105	
	10	0,065	

Bei dieser Meßreihe ergibt sich σ annähernd unabhängig von λ.

Meßreihe II.

Sehr feuchter Boden.
Meß-Ampèremeter 0,35 Ω.

Wellenlänge m	Entfernung vom Erregungspunkt	Strom im Erddraht Amp.	Spezifische Leitfähigkeit σ
660	0	1,15	$8{,}6 \cdot 10^{-14}$
	2,5	0,775	
	5	0,58	
	10	0,36	
900	0	1,15	$7{,}4 \cdot 10^{-14}$
	2,5	0,84	
	5	0,66	
	10	0,425	
1130	0	1,15	$6{,}5 \cdot 10^{-14}$
	2,5	0,85	
	5	0,68	
	10	0,47	

σ ist geringer wie bei Meßreihe I und zeigt auch eine gewisse Abhängigkeit von λ.

wurde mit einem Instrument von 4,5 Ω, die Meßreihen II und III mit einem von 0,35 Ohm inneren Widerstand aufgenommen. Der Strom wurde dann als Funktion der Entfernung von der Anregungsstelle graphisch aufgetragen und die Entfernung x, für welche $i = i_0/e$ wird aus diesen Kurven ermittelt. Die Berechnung von σ erfolgte nach Formel (III).

Meßreihe III.

Feuchter Boden.
Meß-Ampèremeter 0,35 Ω.

Wellenlänge m	Entfernung v. Erregungspunkt	Strom im Erddraht Amp.	Spez. Leitfähigkeit	Widerstand R_0 Ω	σ berechnet aus R_0
610	0	0,875	$8{,}1 \cdot 10^{-14}$	36,5	$8{,}1 \cdot 10^{-14}$
	2,5	0,58			
	5	0,44			
	10	0,25			
	15	0,10			
920	0	1,19	$8{,}0 \cdot 10^{-14}$	31	$7{,}5 \cdot 10^{-14}$
	2,5	0,85			
	5	0,64			
	10	0,43			
	15	0,26			
1170	0	1,10	$7{,}7 \cdot 10^{-14}$	27	$7{,}8 \cdot 10^{-14}$
	2,5	0,82			
	5	0,66			
	10	0,45			
	15	0,30			

Wie die graphische Auswertung der Resultate zeigt, ist der Exponent β nicht konstant, der Strom nimmt also nicht als reine „e-Funktion" mit der Entfernung vom Erregungspunkt längs des Erddrahtes ab, wie es die Theorie verlangt. Zur Berechnung von σ wurde ein mittleres β ($i = i_0/e$) benutzt. Da hierdurch eine gewisse Unsicherheit in das ganze Meßverfahren kommt, wurde σ noch nach einer anderen Methode bestimmt.

3.

Dieses zweite Meßverfahren zur Ermittlung von σ beruht auf folgender Überlegung:

Wir denken uns wieder das eingegrabene Leitersystem. Zwischen Strom und Spannung an der Erregungsstelle besteht die Beziehung:

$$V = R_0 I + L_0 \frac{dI}{dt}. \qquad \text{(IV)}$$

Die Faktoren R_0 und L_0, welche die mit dem Strom gleichphasige und phasenverschobene Komponente der Spannung bedingen, können wir als Gesamtwiderstand und Gesamtselbstinduktion der eingegrabenen Leitung bezeichnen. Die Theorie ergibt dafür die folgenden Werte:

$$\left.\begin{aligned} R_0 &= \frac{\omega \cdot L\alpha}{\alpha^2 \cdot \beta^2}, \\ L_0 &= \frac{\beta L}{\alpha^2+\beta^2}. \end{aligned}\right| \qquad (V)$$

L ist dabei die Selbstinduktion in Luft pro cm Drahtlänge

$$L = 4 \ln\left(\frac{h}{\varrho}\right), \qquad (VI)$$

h Abstand, ϱ Radius der Drähte in cm.
Frequenz

$$\omega = \frac{2\pi c}{\lambda}.$$

Falls man den Verschiebungsstrom nicht gegen den Leitungsstrom vernachlässigt, wird

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\frac{\varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2+\eta^2}}{2}},$$

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\frac{-\varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2+\eta^2}}{2}}.$$

für $\eta >> \varepsilon$ wird $\alpha = \beta = \frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\frac{\eta}{2}}$ und

$$R_0 = \frac{\omega L}{2\beta} = \frac{2\sqrt{c}}{\sqrt{\sigma}} \frac{\ln\left(\frac{h}{\varrho}\right)}{\sqrt{\lambda}}, \qquad (VII\,a)$$

$$\sigma = \frac{4c\left\{\ln\left(\frac{h}{\varrho}\right)\right\}^2}{R_0^2 \lambda}. \qquad (VII\,b)$$

Der Widerstand R_0 ist der Gesamtwiderstand des Halbleiters (Erde) zwischen beiden Drähten, er wurde ebenso wie ein Antennenwiderstand durch Zuschalten eines bekannten Widerstandes bei den einzelnen Wellenlängen gemessen. Die theoretischen Überlegungen sind wie die früheren für den Fall abgeleitet, daß die Drähte sich in einem Halbleiter von unendlicher Ausdehnung befinden. Die Tatsache, daß sie nur 30 cm tief im Boden eingegraben sind, dürfte jedoch die erhaltenen Resultate nicht wesentlich beeinflussen, da die Energievorgänge sich in der unmittelbaren Umgebung der Drähte abspielen; der Drahtwiderstand selbst wurde wie schon gesagt, überall vernachlässigt.

Die Formel (VII a) verlangt, daß R_0 umgekehrt proportional zu $\sqrt{\lambda}$ wird.

Wie die Tabelle IV zeigt, ist dies bei den praktischen Messungen recht gut erfüllt.

Nach der Formel (VII b) wurde die Leitfähigkeit σ berechnet. Die erhaltenen Werte befinden sich in der letzten Spalte der Meßreihe III; sie stimmen so gut mit den aus der Stromverteilung längs des Drahtes ermittelten

Tabelle IV.

λ	$\sqrt{\lambda}$	R_0	$R_0\sqrt{\lambda}$
610	24,6	36,5	900
920	30,2	31	940
1170	34,2	27	920

Werten überein, daß die Verwendung eines „mittleren" β berechtigt und die σ-Werte einigermaßen sichergestellt erscheinen, trotzdem die Stromabnahme nicht durch eine reine Exponentialfunktion dargestellt wird. Die beobachtete Variation von R mit $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ bestätigt die Annahme der Theorie, daß der Verschiebungsstrom gegen den Leitungsstrom beim untersuchten Boden zu vernachlässigen ist.

(Eingegangen 16. Januar 1919.)

Zur Theorie der Drahtwellen in einem leitenden Medium.

Von M. Abraham.

Man denke sich eine aus zwei parallelen Drähten bestehende Leitung in ein unbegrenztes Medium (von der Dielektrizitätskonstante ε, der Leitfähigkeit σ, der Permeabilität μ) eingebettet. Die Lösungen der Feldgleichungen, welche längs der Drähte fortschreitenden elektromagnetischen Wellen entsprechen, ergeben sich in ganz entsprechender Weise, wie für den Fall eines isolierenden Mediums[1]). Die transversalen Feldkomponenten sind durch die Gleichungen miteinander verknüpft[2]).

$$\left.\begin{aligned} \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c}\mathfrak{E}_y &= -\frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial x}, \\ \frac{\varepsilon}{c}\frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c}\mathfrak{E}_z &= +\frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x}; \end{aligned}\right| \qquad (1)$$

$$\left.\begin{aligned} -\frac{\mu}{c}\frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial t} &= -\frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial x}, \\ -\frac{\mu}{c}\frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial t} &= +\frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial x}. \end{aligned}\right| \qquad (2)$$

Die longitudinalen Komponenten $\mathfrak{E}_x$, $\mathfrak{H}_x$ sind gleich Null gesetzt; damit ist vorausgesetzt, daß der Widerstand der Drähte zu vernachlässigen ist.

Aus (1) und (2) ergibt sich für jede der magnetischen Feldkomponenten $\mathfrak{H}_y$, $\mathfrak{H}_z$, und somit auch für die, durch die erste Haupt-

1) Abraham-Föppl, Theorie der Elektrizität, Bd. I, § 72.

2) Vgl. l. c. Gleichung 214a, c. In (1) ist indessen der Leitungsstrom im Medium berücksichtigt.

gleichung mit ihnen verknüpfte, Stromstärke J in den Drähten die Telegraphengleichung:

$$\frac{\varepsilon\mu}{c^2}\frac{\partial J}{\partial t^2}+\frac{4\pi\sigma\mu}{c^2}\frac{\partial J}{\partial t}=\frac{\partial^2 J}{\partial x^2}. \qquad (3)$$

Die nämliche Gleichung folgt aus (1, 2) für die elektrischen Feldkomponenten $\mathfrak{E}_y$, $\mathfrak{E}_x$, mithin auch für die Spannung Φ zwischen den Drähten; sie gilt übrigens auch[1]) für den Fall ebener homogener Wellen in dem leitenden Medium.

Wir lösen sie durch den komplexen Ausdruck

$$J=J_0\cdot e^{-i\omega t}\cdot e^{ikx}, \qquad (4)$$

wo

$$\omega=\frac{2\pi c}{\lambda} \qquad (5)$$

die Frequenz der (ungedämpften) Schwingungen, λ die Wellenlänge in Luft bedeutet. Einsetzen von (4) in (3) ergibt

$$k^2=\frac{\omega^2}{c^2}\left(\varepsilon\mu+\frac{4\pi\sigma\mu}{\omega}i\right),$$

oder auch

$$k^2=\frac{\omega^2\mu}{c^2}(\varepsilon+\eta i), \qquad (6)$$

mit

$$\eta=\frac{4\pi\sigma}{\omega}=\frac{2\sigma\lambda}{c}. \qquad (6a)$$

Messen wir die Leitfähigkeit des Mediums elektromagnetisch (σ_m), so lautet (6a):

$$\eta=2c\sigma_m\lambda. \qquad (6b)$$

Der reelle und imaginäre Teil im Ausdruck (6) von k^2 rühren vom Verschiebungsstrom und vom Leitungsstrom her. Setzen wir nun

$$k=\alpha+\beta i, \qquad (7)$$

mithin

$$k^2=\alpha^2-\beta^2+2\alpha\beta i,$$

so folgt aus (6)

$$\alpha^2-\beta^2=\frac{\omega^2}{c^2}\cdot\varepsilon,$$

$$2\alpha\beta=\frac{\omega^2}{c^2}\cdot\eta,$$

und daher

$$\alpha^2+\beta^2=\frac{\omega^2}{c^2}\cdot\sqrt{\varepsilon^2+\eta^2}.$$

Man erhält daraus

$$\alpha=\frac{\omega}{c}\cdot\sqrt{\frac{\varepsilon+\sqrt{\varepsilon^2+\eta^2}}{2}}, \qquad (7a)$$

$$\beta=\frac{\omega}{c}\cdot\sqrt{\frac{-\varepsilon+\sqrt{\varepsilon^2+\eta^2}}{2}}. \qquad (7b)$$

1) l. c. Gleichung 206g § 69.

Ist $\varepsilon \ll \eta$, d. h. der Verschiebungsstrom gegen den Leitungsstrom zu vernachlässigen, so wird[1])

$$\alpha=\beta=\frac{\omega}{c}\cdot\sqrt{\frac{\eta}{2}}=\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\frac{\eta}{2}}. \qquad (7c)$$

Gemäß (7) schreibt sich der komplexe Ausdruck (4) für die Stromstärke:

$$J=J_0\cdot e^{-\beta x}\cdot e^{i(\alpha x-\omega t)}. \qquad (8)$$

Wie man hieraus ersieht, gibt β die räumliche Dämpfung der längs der Leitung fortschreitenden Wellen an, $\frac{\omega}{\alpha}$ ihre Geschwindigkeit; demnach ist ihre Wellenlänge im leitenden Medium:

$$\lambda'=\frac{2\pi}{\alpha}=\lambda\sqrt{\frac{2}{\varepsilon+\sqrt{\varepsilon^2+\eta^2}}}. \qquad (8a)$$

Gleichung (8) stellt eine in Richtung der positiven x-Achse fortschreitende Welle dar; sie wird nur dann dem wirklichen Vorgang entsprechen, wenn die Leitung so lang ist, daß die Wellen sich wegen der räumlichen Dämpfung auf ihr totlaufen; sonst sind die am Ende der Drähte zurückgeworfenen Wellen in Betracht zu ziehen.

Durch die Stromstärken $\pm J$ ist auch für den betreffenden Querschnitt der Paralleldrähte, der Induktionsfluß Ψ zwischen ihnen bestimmt[2]):

$$\Psi=\frac{1}{c}\cdot LJ; \qquad (9)$$

für L, die auf die Längeneinheit der Drähte bezogene Selbstinduktion der Paralleldrähte, gilt die Formel[3]):

$$L=4\mu\ln\left(\frac{h}{\rho}\right) \qquad (10)$$

h Abstand, ρ Radius der Drähte, es ist $\rho \ll h$ angenommen.

Nun besteht zwischen dem Induktionsfluß Ψ und der Spannung Φ die allgemeine Beziehung, welche unmittelbar aus dem Induktionsgesetz, d. h. aus der Gleichung (2) folgt[4]):

$$-\frac{1}{c}\frac{\partial\Psi}{\partial t}=\frac{\partial\Phi}{\partial x}. \qquad (11)$$

Nach (9) ist also

$$\frac{\partial\Phi}{\partial x}=-\frac{1}{c}L\frac{\partial J}{\partial t}. \qquad (11a)$$

Wie oben erwähnt wurde, gilt auch für die Spannung Φ die Telegraphengleichung (3); sie

1) Das ist Gleichung I der vorigen Mitteilung.
2) l. c. Gleichung 216d in § 72.
3) l. c. Gleichung 220f in § 74. Für $\mu=1$ folgt Gleichung VI der vorigen Mitteilung.
4) l. c. Gleichung 217b, § 72.

ist durch den, Gleichung (4) entsprechenden, komplexen Ausdruck zu lösen:

$$\Phi = \Phi_0 \cdot e^{-i\omega t} \cdot e^{ikx}. \tag{12}$$

Aus (11a), (12) und (4) folgt nun

$$\Phi_0 = \frac{\omega L}{kc^2} \cdot J_0, \tag{13}$$

eine Beziehung, die sich gemäß (7) schreiben läßt:

$$\Phi_0 = \frac{\omega L(\alpha - \beta i)}{c^2(\alpha^2 + \beta^2)} \cdot J_0. \tag{13a}$$

Dabei stellen

$$\Phi_0 e^{-i\omega t} \text{ und } J_0 e^{-i\omega t}$$

Spannung und Strom an der Erregungsstelle ($x = 0$) dar. Demgemäß sind die, magnetisch gemessenen, Werte des Widerstandes R_0 und Selbstinduktion L_0 der gesamten Leitung definiert durch

$$\Phi_0 = \frac{1}{c^2}(R_0 - i\omega L_0) J_0. \tag{14}$$

Aus (13a) erhält man für diese Größen schließlich die Formeln[1]):

$$R_0 = \frac{\omega L \alpha}{\alpha^2 + \beta^2}, \tag{14a}$$

$$L_0 = \frac{L\beta}{\alpha^2 + \beta^2}. \tag{14b}$$

Dabei ist L durch Gleichung (10) bestimmt.

1) Das sind die Gleichungen V der vorigen Mitteilung.

(Eingegangen 9. Januar 1919.)

Über die Phasenverhältnisse beim Audion mit Rückkoppelung.

Von W. Brandt.

Der Vorgang der Rückkoppelung ist bekanntlich der folgende. Durch eine Wechselspannung zwischen Gitter und Glühkathode werden im Anodenkreis Schwingungen erzeugt. Diese Schwingungen erregen nun mit Hilfe irgendeiner Koppelung neuerdings eine Wechselspannung zwischen Gitter und Kathode, welche sich der ursprünglich vorhandenen überlagert, ihre Amplitude vergrößert, dadurch wieder die Schwingungen im Anodenkreis verstärkt usw. Nun ist es offenbar nicht gleichgültig, ob die ursprüngliche Wechselspannung und die durch Rückkoppelung erzeugte in Phase oder ob sie gegeneinander verschoben sind. Wenn sie in Phase sind, wird die Amplitude der resultierenden Schwingung am größten sein; dieser Fall ist der günstigste. Der ungünstigste Fall tritt ein, wenn sie um 180° gegeneinander verschoben sind. Dann werden sich die Amplituden subtrahieren, und es wird statt der Verstärkung eine Schwächung eintreten, bzw. bei der Verwendung des Audions als Generator werden Schwingungen überhaupt nicht zustande kommen. Für jede andere Phasenverschiebung wird eine ihr entsprechende Verstärkung oder Schwächung eintreten, welche zwischen diesen beiden Extremen liegt. Der Zweck der im folgenden beschriebenen Versuche war nicht, die einzelnen Ursachen einer solchen Phasenverschiebung zu trennen und quantitativ zu bestimmen, sondern zu zeigen, daß sie auftritt und stets die verstärkende Wirkung der Rückkoppelung mehr oder weniger beeinträchtigt. Es sei nur auf die Umstände hingewiesen, die eine Phasenverschiebung bedingen.

Zunächst die Verhältnisse im Innern der Röhre. Die Vorgänge im Audion und die Rolle, die die Trägheit der Entladung dabei spielt, sind noch nicht genügend geklärt, um voraussagen zu lassen, ob die Wechselspannung zwischen Gitter und Kathode und die dadurch erzeugten Schwingungen im Anodenkreis in Phase sind oder nicht. Während Lindemann und Hupka bei Versuchen mit der Liebenröhre bei 50 ~ Wechselstrom durch oszillographische Aufnahme unter Umständen eine beträchtliche Phasenverschiebung feststellen konnten, scheinen bei Röhren mit höherem Vakuum die Trägheitswirkungen geringer zu sein. Ferner die Art der Rückkoppelung. Durch diese ist die Phase der Schwingungen im Anodenkreis zu der durch die Rückkoppelung erzeugten EMK im Gitterkreise bestimmt. Weiteres durch die Verhältnisse im Gitterkreise selbst. Dieser stellt einen Schwingungskreis, bestehend aus Selbstinduktion, Kapazität und parallel zu dieser geschaltetem Widerstand, der durch den Ionisierungszustand zwischen Glühkathode und Gitter gegeben ist, dar. Durch diese Größe ist wieder die Phase zwischen der erzeugten EMK und der am Gitter auftretenden Spannung bestimmt.

Bei den Versuchen verwendete ich eine Vorrichtung, welche gestattet, die Phase der durch Rückkoppelung erzeugten Spannung willkürlich zu verändern. Dies ist in der folgenden Anordnung erzielt (Fig. 1). Der Anodenkreis ist an 440 Volt angeschlossen. Im Schwingungskreis, der durch die Selbstinduktionen L und L_1 und die Kapazität C_1 gebildet wird, liegt die Spule S_1. Mit diesem Kreis ist durch die Koppelung M ein zweiter Schwingungskreis gekoppelt, der in Resonanz mit ihm ist, und in dem die Spule S_2 liegt, die rechtwinklig zu S_1 steht. Da die Ströme in den beiden Kreisen um 90°

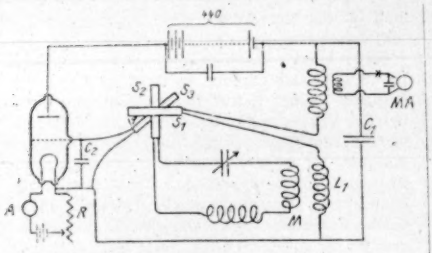

Fig. 1.

verschoben sind, entsteht innerhalb der beiden Spulen ein Drehfeld. In den beiden Spulen ist eine dritte, S_3 drehbar angeordnet, deren Enden einerseits am Gitter, andererseits an der Kathode liegen. Infolge des Drehfeldes entsteht in S_3 eine Wechselspannung, deren Phase von der Stellung der Spule S_3 abhängig ist. Dies stellt eine Rückkoppelungsvorrichtung dar, deren Phase beliebig veränderlich ist. Der Heizstrom für den Glühfaden ist durch den Widerstand R regulierbar und am Ampèremeter A ablesbar. Der Schwingungskreis LL_1C_1 ist ferner mit einem Detektorkreis gekoppelt, in dem das Strommeßinstrument MA liegt.

In Fig. 2 sind die Verdrehungswinkel φ der Spule S_3 als Abszissen und die zugehörigen Ausschläge des Instruments MA als Ordinaten aufgetragen. Der erste Versuch, dessen Verlauf die Kurve I darstellt, wurde bei einer Heizstromstärke von 2,4 Ampère gemacht. Bei Verdrehung von S_3 von der Parallelstellung zu S_1 angefangen, stieg der Ausschlag zunächst, bis er bei einem Winkel von etwa 30° sein Maximum erreichte. Hierauf fiel er wieder, bis die Schwingungen plötzlich aufhörten. Bei weiterer Verdrehung setzten sie wieder ein und die Ausschläge stiegen wieder.

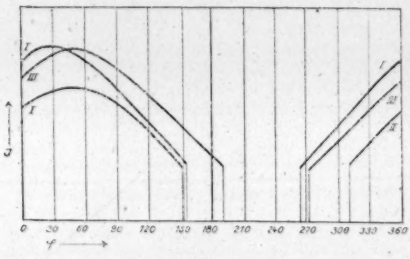

Fig. 2.

Die Kurve II stellt den Verlauf bei einer Heizstromstärke von nur 2,2 Ampère dar. Hier ist das Maximum noch weiter verschoben. Da gegen früher bloß die Verhältnisse im Innern der Röhre geändert wurden, nämlich durch schwächeres Glühen der Kathode, so zeigt dieser Versuch, daß der Ionisierungszustand des Audions zweifellos einen Einfluß auf die Phase der durch Rückkoppelung erzeugten Spannung ausübt. In diesem Falle scheint der Grund der zu sein, daß infolge größerer Trägheit der Entladung eine größere Phasenverschiebung zwischen Gitterspannung und dadurch erzeugten Schwingungen im Anodenkreis eingetreten ist.

Die dritte Kurve III, wurde bei einer Heizstromstärke von 2,4 Ampère, jedoch mit einer Spule S_3 von geringerer Windungszahl und mit größerer Kapazität C_2 aufgenommen. Auch hier ist das Maximum weiter verschoben, es bedingt also auch die geringere Gitterspannung eine größere Phasenverschiebung.

Zur Orientierung über die Verhältnisse bei Niederfrequenz wurde eine Reihe von Versuchen mit 50 ∼ Wechselstrom angestellt. Hier war das Audion nicht als Generator, sondern als Verstärker mit Rückkoppelung geschaltet. Statt der bei Hochfrequenz verwendeten Rückkoppelungsvorrichtung der Fig. 1 wurde ein kleiner Drehtransformator verwendet, der ebenfalls gestattet, die Phase der erzeugten Wechselspannung zu verändern. Der Kondensator C_2 wurde weggelassen. Die Kurven der Fig. 3, die bei dieser Anordnung aufgenommen wurden, zeigen jedoch, daß das Maximum der Verstärkung stets mit der Phasengleichheit der durch Rückkoppelung erzeugten Spannung und des Anodenstroms zusammenfällt, woraus auf Phasengleichheit zwischen ursprünglicher Gitterspannung und Anodenstrom geschlossen werden muß. Kurve I ist mit einer Heizstromstärke von 2,4, Kurve II mit einer solchen von 2,2 Ampère aufgenommen, die Lage des Maximums ist bei beiden dieselbe. Bei Niederfrequenz ist also ein Einfluß des Ionisie-

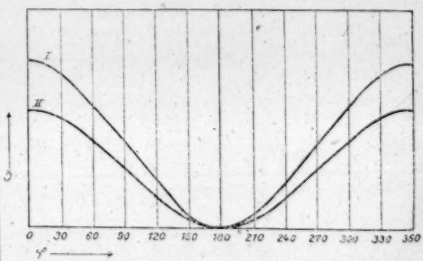

Fig. 3.

rungzustandes nicht zu konstatieren, erst bei Hochfrequenz macht sich ein solcher geltend.

Das Ergebnis der Versuche ist also qualitativ das folgende: Bei Hochfrequenz ist die durch gewöhnliche Rückkoppelung erzeugte Wechselspannung in den meisten Fällen nicht in der günstigsten Phase, was die verstärkende Wirkung der Rückkoppelung beeinträchtigt. Diese Phasenverschiebung läßt sich jedoch durch die angegebene Vorrichtung korrigieren.

Wien, im Dezember 1918.

(Eingegangen 3. Januar 1919.)

Eine Methode zur Messung der Sicht.

Von A. Wigand.

(Mit Tafel V.)

Die Bestimmung der Sicht geschieht bisher in der Meteorologie sowie bei der Schiffahrt und Luftfahrt durch Schätzung nach dem Augenschein, indem man die Entfernung angibt, bis zu der ein Ziel noch eben erkennbar ist.

Ein quantitatives Meßverfahren hat sich trotz des dringenden Bedürfnisses, das dafür besteht, bis jetzt nicht eingeführt. Vorschläge und Versuche dazu sind zwar gemacht worden. Man dachte daran, die Messung der Lichtabsorption in der Luft zu verwenden, wobei jedoch das Sichtproblem nicht vollständig erfaßt wird.

Solche Versuche[1]) sind zur Messung der Durchsichtigkeit (Transmission oder Transparenz) der Luft bereits von Saussure (1789), Schlagintweit (1848) und Beer (1854) nach der diaphanometrischen Methode angestellt worden, indem die Erkennbarkeit schwarzer Kreisflächen auf weißen Tafeln in ihrer Abhängigkeit von der Entfernung bestimmt wurde. Auch die Photometrierung der Helligkeit weißer Flächen zur Messung der Durchsichtigkeit der Luft für kleine Entfernungen durch Wild, für große Entfernungen durch Oddone und bei Nebel durch Haecker[2]) ist hier zu erwähnen. Ferner benutzten R. Seeliger und Schlechtriem bei militärischen Versuchen Sichtbarkeitstafeln mit geeigneten, in der geometrischen Form, Helligkeit und Färbung abgestuften Figuren, nach deren Erkennbarkeit die verschiedenen Grade der Sicht beurteilt wurden; auch versuchten sie, den komplexen Begriff der Sichtigkeit zu analysieren und mathematisch auszudrücken.

1) A. Winkelmann, Handbuch der Physik, 2. Aufl., 6. Band, 1906, S. 553; J. M. Pernter und F. M. Exner, Meteorologische Optik, 1910, S. 657.

2) G. Haecker, Diss. Kiel 1905; Meteorolog. Zeitschr. **22**, 343, 1905.

Ein allgemein brauchbares Verfahren, ein zugleich einfaches und hinreichend genaues Meßgerät zur quantitativen Sichtbestimmung liegt jedoch noch nicht vor. Daher sind auch die Gesetzmäßigkeiten, nach denen die Sicht zustandekommt und sich ändert, noch wenig erforscht.

Um hier Abhilfe zu schaffen, wurde nach meinen Angaben von der Firma B. Halle Nachf., Steglitz, der „Sichtmesser" konstruiert.

Beschreibung des Sichtmessers (Fig. 1[1])).

Ein Satz von Filtergläsern mit linear abgestufter Trübung ist in einer drehbaren Scheibe so angeordnet, daß die einzelnen Filter revolverartig vor das Auge gebracht werden können. Die Filter sind entsprechend dem Grade ihrer Trübung mit 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 beziffert und für grobe Einstellung bestimmt. Ein weiteres Filter mit dem Trübungsgrad 1 zur feineren Einstellung ist auf einer kleineren, zweiten drehbaren Scheibe so angebracht, daß es zu dem jeweils vor dem beobachtenden Auge befindlichen, geradzahligen Filter hinzugefügt werden kann. Dadurch ist die Einstellung jeder ganzzahligen Filterzahl zwischen 0 und 15 möglich.

Die Beobachtung wird einäugig ausgeführt. Je nachdem, ob der Beobachter besser rechts- oder linksäugig arbeitet, kann er den Sichtmesser für seinen Gebrauch leicht verstellen. Eine der Gesichtsform angepaßte Maske verhindert den Eintritt störenden Seitenlichtes und schaltet das nicht beobachtende Auge mühelos aus.

Ein Handgriff befindet sich unten an dem Instrument.

Ausführung der Beobachtungen.

Das Verfahren der Bestimmung der Sicht mit dem Sichtmesser ist eine Nullmethode. Der Grundgedanke bei der Messung ist der, daß zu der jeweils vorhandenen, in der Güte der Sicht zum Ausdruck kommenden Trübung der Luft eine künstliche Trübung in dem Maße hinzugefügt wird, daß ein ins Auge gefaßtes Ziel gerade eben nicht mehr erkennbar wird. Dabei sind unter „Trübung der Luft" alle die Faktoren zusammengefaßt, die zwar physikalisch und physiologisch sehr verschiedene Natur haben, aber gemeinsam jene optische Wirkung hervorbringen, die man als „Sicht" bezeichnet.

Zur Ausführung einer Beobachtung hält man den Sichtmesser am Handgriff dicht

1) Die Figur befindet sich auf Tafel V.

vor das Gesicht, bringt das Ziel in die Mitte des Gesichtsfeldes und dreht mit der freien Hand zunächst die größere Scheibe bis zum Verschwinden des Zieles. Dann geht man wieder um eine geradzahlige Filterstufe herunter und schaltet zur feineren Einstellung das Filter 1 auf der kleineren Scheibe vor. Je nachdem, ob das Ziel dann noch erkennbar ist oder nicht, hat man als Ergebnis der Messung die nächst höhere gerade Zahl oder die eingestellte gerade Zahl plus 1 als Filterzahl zu nehmen.

Bei Sonnenschein muß man durch Beschattung (nötigenfalls mit der freien Hand) vermeiden, daß die Filter von den Sonnenstrahlen getroffen werden, da sich sonst ihr Trübungsgrad wesentlich erhöht.

Als Ziel wird für horizontale Sichtmessungen am Boden ein erhöhtes Objekt im Gelände genommen, das sich deutlich vom Horizont abhebt (z. B. Turm, Haus, Schornstein, Baum, Bergspitze). Die günstigste Größe des Zieles ist $0{,}2$—$0{,}5^0$ Höhe und Breite. Will man bei sehr guter Sicht ein weit entferntes, kleines Ziel benutzen, so empfiehlt sich die Verwendung eines Fernglases zwischen Auge und Sichtmesser. Die Seehöhe des Zieles soll von der des Beobachters nicht erheblich abweichen. Die Entfernung soll auf mindestens 3 Proz. genau bekannt sein. Für die meisten vorkommenden Fälle wird es bei einer Beobachtungsstelle in der Regel genügen, wenn man zwei Ziele mit Entfernungen von etwa 0,1 km (für Nebel) und 3—5 km (für Dunst) hat; durch eine größere Anzahl von Zielen in verschiedener Entfernung läßt sich die Genauigkeit erhöhen. Die Ziele liegen zweckmäßig nach Norden. Für ihre Auswahl ist zu berücksichtigen, daß die Dunst- und Nebelverhältnisse auf der Strecke normal sein müssen. Findet auf der Strecke zum Ziel lokale Dunst- oder Nebelbildung statt (Eisenbahn, Fabrik, Stadt, Wasserflächen, nasse Wiesen), so ist das Ziel ungeeignet. Auch darf die Strecke nicht ungleichmäßig beleuchtet sein (bei teilweiser Bewölkung). Zur Messung nimmt man das entfernteste, bei der herrschenden Sicht noch erkennbare Ziel.

Für die Messung der vertikalen Sicht vom Boden aus benutzt man als Ziel einen Ballon oder ein Flugzeug mit bekannter Entfernung und Seehöhe. Wird vom Ballon oder Flugzeug aus mit dem Sichtmesser beobachtet, so legt man als Ziel ein genügend großes weißes Tuch mit schwarzem Kreuz auf dem Boden aus.

Wenn Fehlsichtigkeit des Auges mit Brille oder Fernglasokular so korrigiert wird, daß man das Ziel deutlich sieht, so ist die Einstellung des Sichtmessers unabhängig vom Wechsel der Versuchsperson. Bei Zwischenschaltung eines Fernglases zwischen Auge und Sichtmesser ergibt sich dieselbe Einstellung wie ohne Fernglas. Beobachtung mit dem Fernglas zwischen Sichtmesser und Ziel ist zu vermeiden, da man alsdann eine andere Einstellung erhält als ohne Fernglas.

Die Konstanz der Sicht ist wegen zeitlicher Schwankungen und örtlicher Verschiedenheiten nicht beträchtlich. Die Einteilung des gesamten Meßbereichs von dichtestem Nebel bis zu klarster Luft in fünfzehn ganzzahlige Filterstufen ist zur Erzielung der größten Meßgenauigkeit vollkommen ausreichend. Bei mehrmaliger Einstellung kurz hintereinander auf dasselbe Ziel erreicht man eine Genauigkeit von $\pm 0{,}5$ Einheiten der Filterskala.

Theorie.

Man versteht unter dem üblichen Begriffe „Sicht“ die Erkennbarkeit mehr oder weniger entfernter Objekte.

Um zu einer physikalischen Analyse des Begriffes der Sicht und zu einer scharfen Definition zu gelangen, unterscheiden wir zunächst zwischen mechanischer, thermischer und optischer Trübung der Luft.

Die mechanische Trübung der Luft ist bestimmt durch Anzahl, Größe, Natur, Aggregatzustand und Form der luftfremden Teilchen (Staub, Dunst- und Nebeltröpfchen, Eiskristalle).

Die thermische Lufttrübung entsteht durch ungleichmäßige Erwärmung der Luft, besonders in der Nähe des Erdbodens, und äußert sich in örtlich-zeitlichen Schwankungen der Luftdichte („thermische Schlierenbildung“).

Die optische Trübung der Luft kommt in der Güte der Sicht zum Ausdruck; für sie sind zunächst die mechanische und thermische Trübung, sodann noch einige weitere physikalische und physiologisch-optische Faktoren maßgebend. Je geringer die optische Trübung, desto besser die Erkennbarkeit eines Zieles, desto besser also die Sicht.

Die optische Trübung der Luft entsteht durch folgende Wirkungen, die wir als Elemente der Sicht bezeichnen können:

1. Mechanische Trübung der Luft. Sie äußert sich optisch durch Lichtabsorption und Lichtzerstreuung.

   a) Lichtabsorption. Nach Maßgabe der mechanischen Trübung der Luft wird ein Teil des vom Ziele kommenden Lichtes auf seinem Wege zum Beobachter absorbiert, das Ziel durch die

luftfremden Körperchen teilweise abgedeckt. Die Absorption verändert Helligkeits- und Farbunterschiede des Zieles gegen seinen Hintergrund.

b) Lichtzerstreuung. Durch diffuse Reflexion, Brechung und Beugung zerstreuen die luftfremden Teilchen nach dem Grade der mechanischen Lufttrübung das auf sie treffende Licht und schwächen dadurch einerseits das vom Ziele ausgehende Licht (teilweise Abdeckung), während sie andererseits eine Eigenhelligkeit der Luft vor dem Ziele erzeugen („Dämmerungsstrahlen"). Die Zerstreuung gleicht Helligkeitsunterschiede aus und verändert Farbunterschiede. Von einer gewissen Eigenhelligkeit der Luft an ist der Helligkeitsunterschied des Zieles gegen seinen Hintergrund nicht mehr wahrnehmbar.

2. Thermische Trübung der Luft. Durch Schlierenbildung verschieden temperierter Luftmassen wird die geradlinige Fortpflanzung der Lichtstrahlen gestört, da die Luft infolge der Dichteschwankungen auch in bezug auf ihr Lichtbrechungsvermögen inhomogen ist. Die Schlierenbildung auf der Strecke zwischen Ziel und Beobachter beeinträchtigt die Erkennbarkeit der Form des Zieles und gleicht durch Lichtzerstreuung Helligkeits- und Farbunterschiede aus.

3. Wind. Schwankungen der Dichte und damit des Lichtbrechungsvermögens der Luft werden auch vom Winde erzeugt, zunächst allgemein infolge inhomogener Windstruktur, aber auch durch Wirbelbildung an Hindernissen und durch Bildung von Randwirbeln an der Grenze verschiedener Strömungen. „Windschlieren" können optisch trübend wirken wie thermische Schlieren.

4. Feuchtigkeit. Bei der Mischung von trockener und feuchter Luft entstehen „Feuchtigkeitsschlieren", die ebenso wie thermische Schlieren eine optische Lufttrübung erzeugen können.

5. Beleuchtung. Für die optische Wirkung der mechanischen und Schlierentrübung der Luft ist die Richtung, Stärke und Farbe der Beleuchtung des Zieles und der Luftstrecke zwischen Ziel und Beobachter mitbestimmend. Bei unveränderter mechanischer und Schlierentrübung bewirkt die Variation dieser Beleuchtungsfaktoren beträchtliche Veränderungen der optischen Trübung und damit der Sicht. Im Sonnenschein zeigt die Sicht für verschiedene Blickrichtungen große Unterschiede, auch im Vergleich zur Sicht bei bedecktem Himmel mit gleichmäßiger, diffuser Beleuchtung. Tiefstehende Sonne mit schwachem, langwelligem Licht ergibt andere Sichtwerte als hochstehende Sonne mit stärkerer, kurzwelligerer Beleuchtung.

6. Physiologisch-optische Wirkungen. Die veränderliche Empfindlichkeit des Auges und seine Adaptation bei Verschiedenheiten der Beleuchtungsstärke und des Helligkeitsunterschiedes zwischen Ziel und Hintergrund beeinflußt vermutlich die Sicht, unabhängig von den übrigen Sichtelementen. Durch Blendung kann eine merkliche Sichtveränderung entstehen. Die individuelle Verschiedenheit der Augen bei Beobachterwechsel scheint für den Einfluß der physiologisch-optischen Faktoren auf die Sicht nicht wesentlich zu sein; dies ist jedoch, besonders hinsichtlich der Sehschärfe noch näher zu untersuchen.

Ob die Aufzählung dieser Elemente der Sicht vollständig ist, mag noch dahingestellt bleiben. Jedenfalls sollen in den Begriff der Sicht alle diejenigen Faktoren einbezogen werden, von denen die Sicht nach dem üblichen Gebrauch des Wortes abhängig ist. Dazu gehört nicht die Entfernung zwischen Ziel und Beobachter. Diese ist vielmehr bei den Beobachtungen durch Reduktion auf die Einheit der Entfernung auszuschalten.

Bei der Augenuntersuchung trennt der Ophthalmologe seit langem Licht-, Farben- und Formsinn. Demgemäß kann man auch bei der Analyse des Sichtbegriffes verfahren. Seeliger und Schlechtriem trennten die „Kontrastsichtigkeit", bei der es sich um den Helligkeits- und Farbengegensatz des Zieles gegen seine Umgebung handelt, von der „Formsichtigkeit", die sich auf die Umrisse des Zieles bezieht, und entwarfen nach diesem Gesichtspunkte die Figuren ihrer Sichtigkeitstafeln. Im Interesse der Einfachheit der Meßmethode können wir hier von dieser Unterscheidung absehen, da die Formsichtigkeit für die Gesamtsicht wahrscheinlich nur eine verhältnismäßig geringe Rolle spielt. —

Bei der Methode des Sichtmessers steigert man die natürliche Trübung der Luft durch Hinzufügung der künstlichen Filtertrübung bis zum Verschwinden des Zieles. Die optische Trübung der Mattfilter kommt zwar nicht genau in derselben Weise wie die optische Lufttrübung zustande, enthält jedoch wie diese als wesentlichste Faktoren die Absorption und Zerstreuung des Lichtes durch die trübenden Körnchen der mattierten Glasoberfläche, was sich in teilweiser Abdeckung des Zieles und Aufhellung des Zwischenmediums äußert. Die Erfahrung zeigt, daß die beim Sichtmesser verwendeten Mattfilter zur Sichtbestimmung durchaus geeignet sind, da die Art ihrer Trü-

bung (Körnchenzahl, Körnchengröße, Grauton) den natürlichen Verhältnissen der Lufttrübung angepaßt ist. Die Anzahl der Körnchen auf dem cm^2 ist von der Größenordnung 10^6.

Bei der Herstellung des abgestuften Filtersatzes wird die Steigerung des Trübungsgrades der einzelnen Filter von Stufe 1 auf 2 durch Steigerung der Körnchenzahl und -größe, bei den übrigen geradzahligen Stufen durch Hinzufügung je eines Filters vom Trübungsgrad der Stufe 2 erreicht. Die optische Trübung der Mattfilter ist angenähert proportional der Anzahl der aufeinandergelegten, gleichgetrübten Einzelfilter. Diese Mattfilter beeinflussen also das Licht in anderer Weise als Farbfilter, da sich bei mehreren hintereinander geschalteten Mattfiltern sowohl der Betrag der Abdeckung des Zieles, wie auch die diffuse Aufhellung der einzelnen Filter addieren. Eine nähere Untersuchung dieser Eigenschaft steht noch aus.

Der Trübungsgrad der einzelnen Mattfilter wird bei ihrer Herstellung von der Firma durch Vergleich mit Normalfiltern so bemessen, daß keine merklichen Abweichungen von den ganzzahligen Werten der Filterzahlen auftreten und der Trübungsgrad bei sämtlichen Instrumenten übereinstimmt. Dies wird außerdem vom Verfasser geprüft. Ferner ist durch das Herstellungsverfahren auch die Einhaltung der besonderen Art der Trübung, sowie ihre Gleichmäßigkeit und Unveränderlichkeit gewährleistet. —

Zur Berechnung der Sicht aus der Beobachtung mit dem Sichtmesser und der Entfernung des Zieles machen wir folgenden Ansatz: Es sei

l die Entfernung des Zieles in Kilometern;

a der optische Trübungsgrad des auf Verschwinden des Zieles in der Entfernung l eingestellten Filters („Filterzahl");

a_m der Wert von a für beste Sicht, unabhängig von l.

Dann ist:

$(a_m - a)$ der optische Trübungsgrad der Luft für die Entfernung l, ausgedrückt in Graden der Filterskala;

$\frac{a_m - a}{l}$ der optische Trübungsgrad der Luft für $l = 1$ km.

Die Sicht S sei definiert als der reziproke Wert des optischen Trübungsgrades der Luft für $l = 1$ km:

$$S = \frac{l}{a_m - a}.$$

Nach diesem Ansatz müssen sich bei unveränderter Sicht für verschiedene Entfernungen l konstante Werte für S ergeben, was durch zahlreiche Versuche bestätigt ist.

Wenn man annimmt, daß sich die Größe a (optischer Trübungsgrad eines Filters) als Verhältnis zweier Lichtintensitäten darstellen läßt, was noch zu untersuchen ist, dann sind a und a_m dimensionslose Zahlen, und S hat die Dimension einer Länge. „Sicht" ist diejenige Entfernung in Kilometer, auf welcher der optische Trübungsgrad der Luft gleich dem optischen Trübungsgrad 1 der Filterskala des Sichtmessers ist.

Der optische Trübungsgrad der Einheit der Filterskala ist willkürlich gleich 1 gesetzt. Die Größe a_m (Filterzahl für beste Sicht) ist eine durch den einmal gewählten Trübungsgrad des Einheitsfilters gegebene Konstante und hat den Wert

$$a_m = 14{,}3.$$

Sie wird bestimmt, indem man bei zahlreichen verschiedenen Sichtgraden (Dunst und Nebel) und räumlich gleichmäßiger Sichtverteilung jedesmal für zwei Ziele mit den Entfernungen l_1 und l_2 die zugehörigen Werte a_1 und a_2 mißt. Da für jedes Wertepaar a_1 und a_2 ein bestimmter S-Wert gilt, so ist für die Berechnung von a_m:

$$S = \frac{l_1}{a_m - a_1} = \frac{l_2}{a_m - a_2}.$$

Daraus:

$$a_m = \frac{l_1 a_2 - l_2 a_1}{l_1 - l_2}.$$

Die einzelnen, nur wenig voneinander abweichenden Werte von a_m werden dann zu einem Mittel vereinigt.

Zur Vermeidung von Rechnungen ist eine Fluchtlinientafel (Fig. 2) beigegeben, aus der zu den zusammengehörigen, beobachteten Werten von l und a sofort der Sichtwert S entnommen werden kann. Zu diesem Zwecke legt man durch die Punkte für l und a auf den betreffenden Punktreihen ein Lineal oder einen gespannten, dünnen Faden und liest im Schnittpunkte mit der S-Punktreihe den zugehörigen Sichtwert ab. Die verschiedenen Bezifferungen der Punktreihen für l und S gehören nach der Bezeichnung (1), (2), (3) zusammen derart, daß (1) bei schlechter, (2) bei mittlerer, (3) bei guter Sicht benutzt wird.

Die Beziehung zwischen S, l und a gilt bei Tage für bedeckten Himmel. Für Sonnenschein ist sie bei Verwendung mehrerer, verschieden entfernter Ziele nur dann brauchbar, wenn diese Ziele nahezu in gleicher Richtung liegen, da die Sicht abhängig ist von der Beleuchtungsrichtung. Der Verlauf dieser

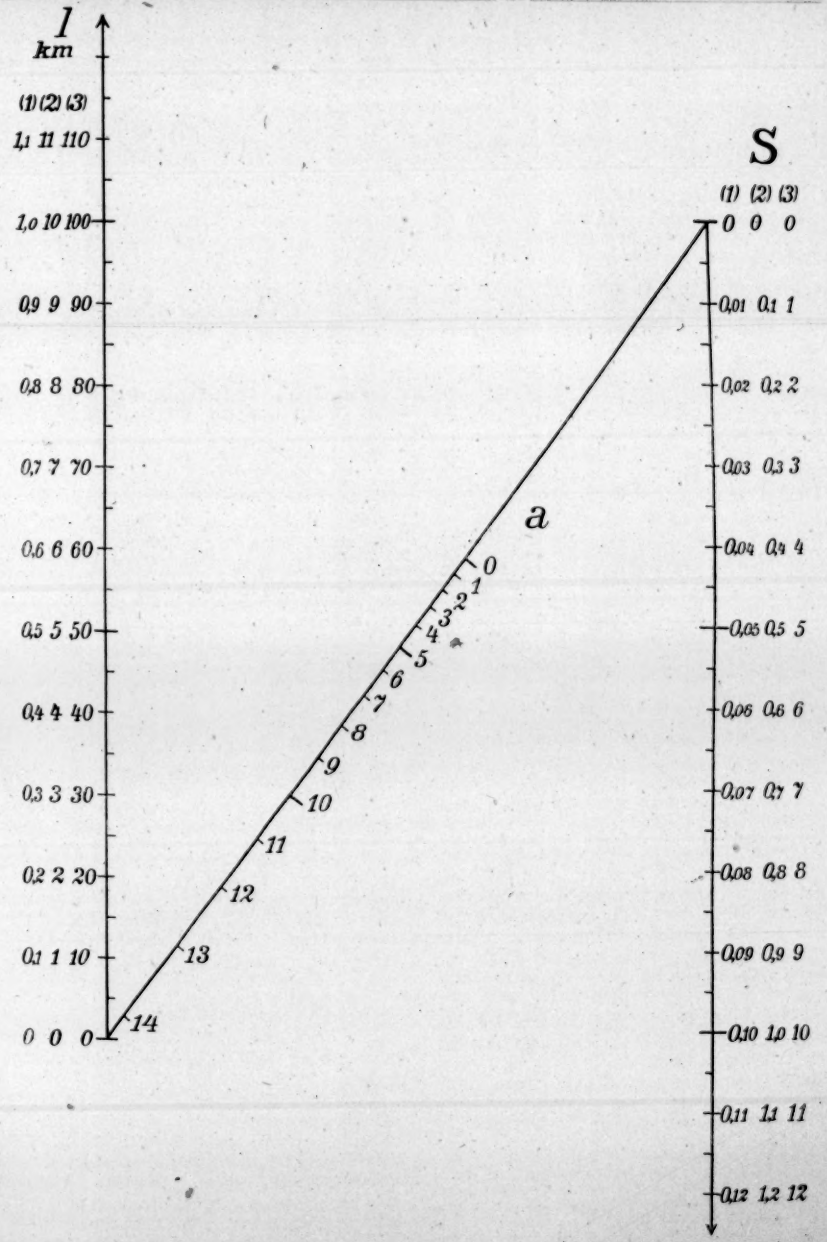
l
km
(1) (2) (3)
1,1 11 110
1,0 10 100
0,9 9 90
0,8 8 80
0,7 7 70
0,6 6 60
0,5 5 50
0,4 4 40
0,3 3 30
0,2 2 20
0,1 1 10
0 0 0
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3
2
1
0
a
S
(1) (2) (3)
0 0 0
0,01 0,1 1
0,02 0,2 2
0,03 0,3 3
0,04 0,4 4
0,05 0,5 5
0,06 0,6 6
0,07 0,7 7
0,08 0,8 8
0,09 0,9 9
0,10 1,0 10
0,11 1,1 11
0,12 1,2 12

Fig. 2.

Abhängigkeit ist noch nicht näher untersucht. Bei Sonnenschein muß man daher zu dem Werte von S die Richtung, in der die Sicht gemessen wird, angeben.

Anschluß an gebräuchliche Sichtskalen (Sichtweite).

Beim Preußischen Meteorologischen Institut[1]) wird durch Schätzung der Sicht die Dichte des Nebels nach der Sichtweite in dreiteiliger Skala angegeben:

$\equiv^0$ Gegenstände von mehr als 1000 m Entfernung sichtbar,
$\equiv^1$ Gegenstände bis 1000 m Entfernung sichtbar,
$\equiv^2$ „ „ „ 100 „ „ „ .

Für die Schätzung der Dichte des Dunstes (∞^0, ∞^1, ∞^2) sind jedoch bestimmte Sichtweiten nicht vorgeschrieben. $\equiv^0$ und ∞^2 werden häufig identisch gesetzt.

Die dreiteilige Nebelskala des Meteorologischen Instituts läßt sich folgendermaßen durch die Sichtskala des Sichtmessers ausdrücken: „Sichtweite" ist nach dem üblichen Sinne des Wortes diejenige Entfernung, in der das Ziel gerade noch erkennbar ist. Um das Ziel zum Verschwinden zu bringen, wird man alsdann mit dem Sichtmesser den Wert $a = 1$ einstellen. In die Formel

$$S = \frac{l}{a_m - a}$$

ist daher $a = 1$ und für l die Sichtweite in km einzusetzen. Man erhält dann:

$\equiv^0 (\infty^2)$ $S > 0{,}075$
$\equiv^1$ $S = 0{,}075$
$\equiv^2$ $S = 0{,}0075$.

Etwas abweichend von dieser Definition, jedoch ohne praktische Bedeutung des Unterschieds, wird die Sichtweite mitunter gleich der Entfernung für Verschwinden des Zieles gesetzt (z. B. G. Haecker, Diss. Kiel 1905; Meteorol. Zeitschr. **22**, 343, 1905).

Eine andere, auf Schätzung beruhende, zehnteilige Sichtskala ist bei Heer und Marine gebräuchlich. Zur Beobachtung und Verschlüsselung der Sicht nach dieser Skala für telegraphische Wettermeldungen gilt die nachstehende Vorschrift. Die Skala läßt sich in derselben Weise wie die Nebelskala des Meteorologischen Instituts in die Sichtskala des Sichtmessers überführen.

Schlüsselziffer	Benennung	Sichtweite	Sichtwert S
0	sehr sichtig	weiter als 40 km	> 3.0
1	sichtig (gewöhnliche Sicht)	zwischen 20 und 40 km	zwischen 1,5 und 3,0
2	etwas diesig	„ 10 „ 20 „	„ 0,75 „ 1,5
3	diesig	„ 4 „ 10 „	„ 0,30 „ 0,75
4	stark diesig (Dunst)	„ 1 „ 4 „	„ 0,075 „ 0,30
5	Bodennebel (in der Höhe sichtig)	—	—
6	Nebel in Auflösung	—	—
7	nebelig	zwischen 200 und 1000 m	zwischen 0,015 und 0,075
8	dichter Nebel	unter 200 m	$< 0{,}015$
9	wechselnde Sicht (bei Dunkelheit nicht angebbar	—	—

Zu einer scharfen Unterscheidung zwischen Dunst und Nebel ist im Zweifelsfalle die Kenntnis der Luftfeuchtigkeit erforderlich. Nur bei höher relativer Feuchtigkeit wird man eine Lufttrübung als Nebel ansprechen dürfen. Optisch liegt die Grenze zwischen Dunst und Nebel etwa beim Sichtwert $S = 0{,}1$, entsprechend einer Sichtweite von 1,3 km.

Die Sichtskala des Sichtmessers erstreckt sich für Nebel von $S = 0$ bis etwa $S = 0{,}1$, für Dunst von etwa $S = 0{,}1$ bis etwa $S = 3{,}0$. Dem Werte $S = 3{,}0$ entspricht eine Sichtweite von 40 km. Bei größerer Sichtweite wird man die Luft als dunstfrei bezeichnen.

Zur Verschlüsselung der Sichtskala des Sichtmessers sind, wenn die größere Meßgenauigkeit gegenüber der Sichtschätzung ausgenutzt werden soll, zweistellige Zahlen einzuführen. Man teilt dazu auf der S-Skala eine Anzahl Stufen von geeigneter Größe ab.

Beobachtungsergebnisse.

Zur Veranschaulichung der Methode seien im folgenden einige Messungsergebnisse mitgeteilt.

Die lokale Sichtverteilung nach Entfernung und Richtung wird durch ungleichmäßige Beleuchtung und verschiedenartige Geländebeschaffenheit wesentlich mitbestimmt. Größere Unterschiede der gleichzeitigen S-Werte bei Verwendung verschiedener Ziele erklären sich nachweislich stets entweder durch Beleuchtungsunter-

1) Anleitung zur Anstellung und Berechnung meteorologischer Beobachtungen, herausgegeben vom Kgl. Preuß. Met. Inst., 2. Aufl., I, 1904, S. 37; W. Köppen, Meteorol. Zeitschr. **34**, 209, 1917.

Tabelle I. Versuche bei Dunst, Reihe 1.

Warte: Charlottenburg, Ahornallee 27, 2. Stock, mittleres Südfenster, Seehöhe 60 m.
Ziele: 1. Wasserturm Fichtenberg, Steglitz, Seehöhe 70 m, Richtung SSO, $l = 6{,}2$ km.
2. Turm Realgymnasium, Schmargendorf, „ 70 „ , „ SSO, $l = 3{,}3$ „ .
3. Turm Lunapark, Halensee, „ 50 „ , „ SSO, $l = 1{,}8$ „ .

Zeit	a für Ziel 1	a für Ziel 2	a für Ziel 3	S für Ziel 1	S für Ziel 2	S für Ziel 3	Wetter
19.9.18.							
10 a 0	9	11	—	1,2	1,0	—	⊙¹, A Str 2/10.
5	10	12	—	1,4	1,4	—	⊙², A Str 2/10.
4 p 25	10, 10 → 10	11, 12 → 11,5	—	1,4	1,2	—	keine ⊙, A Str.
5 p 45	11, 11 → 11	12, 12 → 12	—	1,9	1,4	—	⊙¹–², A Str 5/10.
20.9.18.							
3 p 40	12	13	—	2,7	2,5	—	⊙², A Cu 1/10.
4 p 30	12	13	—	2,7	2,5	—	keine ⊙, Str.
21.9.18.							
8 a 45	10, 10 → 10	12, 12 → 12	—	1,5	1,4	—	⊙⁰, A Str.
11 a 10	12, 12 → 12	13, 14, 13 → 13,3	—	2,7	3,3	—	keine ⊙, A Str, Str 5/10.
12 p 15	10	12		1,5	1,4	—	Str.
1 p 55	11, 12 → 11,5	13, 13 → 13	—	2,3	2,5	—	Ni.
22.9.18.							
9 a 20	12, 12 → 12	13, 13 → 13	—	2,7	2,5	—	⊙², Ci.
2 p 5	12, 12 → 12	13, 13 → 13	—	2,7	2,5	—	⊙⁰–¹, Ci Str.
25.9.18.							
8 a 40	—	7, 7 → 7	10, 10 → 10	—	0,45	0,42	⊙², Ci.
9 a 10	5	9, 9 → 9	10, 11 → 10,5	0,70	0,60	0,48	„ „ .
25	8	11	12	1,0	1,0	0,80	⊙², Ci Str.
11 a 15	12	13	—	2,7	2,5	—	⊙², einzelne Cu.
3.10.18.							
9 a 5	4, 5 → 4,5	10, 9 → 9,5	—	0,65	0,70	—	⊙².
15	5, 6 → 5,5	9, 10 → 9,5	—	0,70	0,70	—	„ .
50	9, 8, 9 → 8,7	11, 11, 11 → 11	—	1,1	1,0	—	„ .
11 a 50	12, 13, 12 → 12,3	13, 13, 13 → 13	—	3,1	2,5	—	⊙², einzelne Ci Cu und Cu.
12 p 50	12, 12 → 12	13, 13 → 13	—	2,7	2,5	—	⊙², Ci Str, einzelne Cu.
4 p 35	10, 11 → 10,5	12, 12 → 12	—	1,6	1,4	—	„ „ „ „
4.10.18.							
11 a 25	—	0	6	—	0,23	0,22	keine ⊙, Str.
12 p 20	—	4, 5 → 4,5	9, 10 → 9,5	—	0,34	0,37	⊙⁰, Str.
30	—	6, 7 → 6,5	10, 11 → 10,5	—	0,42	0,48	„ „ .
45	—	7	9				
		6, 7 → 6,7	11, 10	—	0,43	0,42	keine ⊙, Str.
		7	10				
55	0, 1 → 0,5	8, 7 → 7,5	11, 10 → 10,5	0,46	0,48	0,48	„ „ „ .
25.10.18.							
10 a 45	1	9	11				
55	2	7, 9 → 8,3	10 → 10,7	0,50	0,55	0,51	keine ⊙, Str.
11 a 0	2		11				
30	1	9	11	0,48	0,60	0,55	⊙⁰–¹, Str an Dichte schnell wechselnd.
50	0, 1 → 0,5	7, 9 → 8	11, 12 → 11,5	0,46	0,52	0,64	
12 p 10	3	9	11	0,56	0,60	0,55	⊙¹–², Str Cu 3/4.

Tabelle II. Versuche bei Dunst, Reihe 2.

Warte: Windmühlenberg westlich Saalow bei Mellen (Militärbahn), Seehöhe 60 m.
Ziele: 1. Wasserturm Bahnhof Rehagen-Klausdorf, Seehöhe 50 m, Richtung SzO, $l = 3{,}6$ km.
2. Windmühle südlich Gadsdorf, „ 60 „ „ WzS, $l = 3{,}2$ „ .
3. „ Dergischow, „ 60 „ „ NO, $l = 2{,}8$ „ .
4. „ Mellen (im Vordergrunde feuchte Wiesen), Seehöhe 50 m, Richtung OSO, $l = 2{,}4$ km.
5. „ östlich Gadsdorf, Seehöhe 60 m, Richtung WzS, $l = 2{,}3$ km.

Zeit	a für Ziel 1	2	3	4	5	S für Ziel 1	2	3	4	5	Wetter
26. 11. 18.											
9 a 10	—	—	4 4 | 4	5 5 | 5	6 6 | 6	—	—	0,27	0,26	0,27	keine ⊙, Str.
25	—	—	4	5	5	—	—	0,27	0,26	0,25	„ „ „ „
45	—	—	5	—	7	—	—	0,30	—	0,31	„ „ „ „ zeitweise leichter Graupelfall.
10 a 5	—	—	6 5 | 5,5	5 6 | 5,5	8	—	—	0,32	0,27	0,36	keine ⊙, Str.
20	—	—	7 8 | 7,5	6 6 | 6	8 8 | 8	—	—	0,41	0,29	0,36	„ „ „
11 a 40	—	4 5 | 4,5	9	8	9	—	0,36	0,53	0,38	0,43	„ „ „ zeitw. leichter
50	5	4	8	7	8	0,39	0,31	0,44	0,23	0,36	„ „ „ Graupelfall.
12 0	7 6 | 6,5	4 4 | 4	7 7 | 7	7 7 | 7	9 8 | 8,5	0,46	0,31	0,38	0,33	0,39	„ „ „
1 p 15	5 6 6 | 5,7	2 3 2 | 2,3	8 7 | 7,5	7	7 8 | 7,5	0,42	0,27	0,41	0,33	0,34	„ „ „
40	6 6 | 6	3 4 | 3,5	7 7 | 7	7	9 9 | 9	0,43	0,29	0,38	0,33	0,43	„ „ „
3 p 20	6 6 | 6	4	8	7	8	0,43	0,31	0,44	0,33	0,36	„ „ „ Str dünn, in Auflösung.
25	5 5 | 5	4	7	7	8	0,39	0,31	0,38	0,33	0,38	keine ⊙, Str, am SW-Horizont gelber Lichtstreifen, Horiz. im W dunkler als im O (Tief aus W herannahend).
30	5	5 5 5 | 5	7	—	9 9 10 | 9,7	0,39	0,34	0,38	—	0,50	⊙¹, Str in Auflösung, heller W-Horizont.

schiede der Strecken bei teilweiser Bewölkung oder durch ungleichmäßige Verteilung von Dunst und Nebel im Gelände (Schwadenbildung). Die Genauigkeit der Messung selbst ist weit größer, als es nach solchen Beobachtungen den Anschein hat. Je kleiner der eingestellte a-Wert, desto größer die Meßgenauigkeit. Man wählt daher zweckmäßig ein möglichst weit entferntes Ziel. Mit der Einstellung $a = 14$ ist die Sicht höchstens der Größenordnung nach sicher bestimmbar.

Es seien noch zwei Beispiele für gute Sicht mitgeteilt, die ich bei Freiballonfahrten vor der Konstruktion des Sichtmessers beobachtete:

1. Am 14. 1. 1912 vormittags 11^h war von Langenweddingen südwestlich Magdeburg aus das Brockenhaus (Seehöhe 1140 m) deutlich zu sehen. Der Ballon war über einer Dunstschicht, deren Grenze 480 m hoch lag, in einer Inversion, in 540 m Seehöhe. In Ballon- bis Brockenhöhe betrug die Kondensationskernzahl 740 bis 130 im cm^3, die Temperatur -8 bis 0^0 C, die relative Feuchtigkeit 60 bis 26 Proz. Entfernung des Zieles 70 km, Richtung WSW, $\odot^2$, Beleuchtungswinkel etwa 90^0. Der entsprechende Sichtwert ist $S > 5$.

2. Am 5. 1. 1913 vormittags $11^h\ 15^m$ war der Brockengipfel (Seehöhe 1140 m) in einer dunstfreien Luftschicht zwischen zwei Dunstschichten von 10 km westlich Belzig aus sichtbar. Die Ballonhöhe betrug 2500 m. Die Grenze der unteren Dunstschicht lag in 935 m Seehöhe; die obere Dunstschicht lag in 1300 m Seehöhe und war von sehr geringer Mächtigkeit. In Brocken- bis Ballonhöhe war die Temperatur 5 bis 0^0 C, die relative Feuchtigkeit 60 bis 18 Proz. Die Kondensationskernzahl betrug über der unteren Dunstschicht etwa 1000, in der oberen etwa 10000 im cm^3. Entfernung des Zieles 130 km, Richtung WSW, $\odot^2$, Beleuchtungswinkel etwa 90^0. Der entsprechende Sichtwert ist $S > 10$.

Sichtwerte wie der des ersten Beispiels sind nicht selten. Auch vom Boden aus kann man häufig, besonders wenn man auf Bergen die Bodendunstschicht unter sich hat, auf 70 bis 90 km Entfernung sehen.

Tabelle III. Versuche bei Nebel.

Warte: Charlottenburg, Ahornallee 27, 2. Stock, mittleres Südfenster, Seehöhe 60 m.
Ziele: 1. Hausgiebel, Richtung SW, $l = 0{,}32$ km.
2. „ „ SW, $l = 0{,}19$ „ .
3. Hausschornstein „ SW, $l = 0{,}09$ „ .

Zeit	a für Ziel 1	a für Ziel 2	a für Ziel 3	S für Ziel 1	S für Ziel 2	S für Ziel 3	Wetter
21.11.18.							
12 p 30	11 \ 12 / 11,5	12 \ 12 / 12	—	0,11	0,083	—	Str, Nebeldichte ungleichmäßig.
29.11.18.							
9 a 5	10 \ 10 / 10	12 \ 12 / 12	13 \ 13 / 13	0,074	0,083	0,07	Str.
25	10	12	13	0,074	0,083	0,07	„
45	11	12	13	0,098	0,083	0,07	„
10 a 40	10	12	13	0,074	0,083	0,07	„
11 a 55	11	12	14	0,098	0,083	(0,3)	„
12 p 15	11	13	14	0,098	0,15	(0,3)	„
1 p 0	12	13	14	0,14	0,15	(0,3)	„
1.12.18.							
10 a 5	0	1	10	0,022	0,014	0,021	Str, Nebeldichte schwankend (Schwaden).
30	0	0 \ 1 / 0,5	9 \ 10 / 9,5	0,022	0,014	0,019	Str, Nebeldichte schwankend (Schwaden).
55	0	3 \ 4 / 3,5	11	0,022	0,017	0,027	Str, Nebeldichte schwankend (Schwaden).
11 a 10	3 \ 3 / 3	7 \ 6 / 6,5	11 \ 12 / 11,5	0,028	0,024	0,032	„
25	4	7	12	0,031	0,026	0,039	„
35	9	11	13	0,060	0,058	0,07	„
40	11	12	14	0,098	0,083	(0,3)	„
12 0	8	11	13	0,051	0,058	0,07	„ , Nebeldichte schwankend.
10	4	8	12	0,031	0,030	0,039	„ „ „
15	6	10	13	0,039	0,044	0,07	„ „ „
1 p 0	9	12	14	0,060	0,083	(0,3)	„ „ „
40	11 \ 12 / 11,5	13 \ 13 / 13	14 \ 14 / 14	0,11	0,15	(0,3)	„

Sichtprobleme.

Die Gesetzmäßigkeiten für die Entstehung der verschiedenen Sichtgrade sind noch kaum untersucht, da es bei der üblichen Schätzungsmethode an einer zuverlässigen, einheitlichen Grundlage fehlte. Daher war auch eine Sichtvorhersage bisher nicht möglich. Im Sichtmesser liegt ein bequemes und hinreichend genaues Meßinstrument zur quantitativen Sichtbestimmung vor, so daß nunmehr die Zusammenhänge zwischen der Sicht und den meteorologischen und optischen Faktoren näher untersucht werden können. Solche Untersuchungen sind in Angriff genommen, bedürfen jedoch vielseitiger Erweiterung und Ergänzung durch andere Beobachter nach einheitlichem Plane.

Gemäß unserer Analyse des Sichtbegriffes handelt es sich um die Beziehung der Sicht zu folgenden Faktoren:

1. Lichtabsorption der Luft (Transmissionskoeffizient, Transparenzkoeffizient).
2. Lichtzerstreuung der Luft (Aufhellung).
3. Kondensationskernzahl, Staubgehalt, Anzahl und Größe der Nebeltröpfchen (oder Nebelkristalle), Temperatur, Feuchtigkeit, Wind (nach Richtung, Geschwindigkeit und Struktur) in der Luftschicht am Boden und Änderung dieser Elemente in der Vertikalen.
4. Erwärmung des Bodens und der anliegenden Luftschicht durch die Sonnenstrahlung und Abkühlung durch Ausstrahlung.
5. Richtung, Stärke und Farbe der Beleuchtung.
6. Physiologisch-optische Einflüsse.

Kennt man die Gesetze, nach denen die Sicht von den wesentlichen unter diesen Faktoren abhängt, so wird man in der Lage sein, im Anschluß an die allgemeine Wetterlage Sichtvorhersagen zu geben.

Auch die bereits bekannten Beziehungen zwischen der Sicht und den luftelektrischen Elementen sind von Interesse und näherer Untersuchung wert.

Schließlich sei noch eines für die Luftfahrt besonders wichtigen Sichtproblems gedacht, der vertikalen Sicht. Man wird sie sowohl vom Boden, als auch vom Luftfahrzeug aus messen können. Eine kurze Anweisung zur Verwendung des Sichtmessers hierfür findet sich in dem Abschnitt „Ausführung der Beobach-

tungen". Nähere Erfahrungen liegen jedoch noch nicht vor.

Halle a. S., im Januar 1919, Physikalisches Institut der Universität.

(Eingegangen 21. Januar 1919.)

Das molekulare elektrische Feld in Gasen.

Von P. Debye.

Bekanntlich hat J. Stark die Verbreiterung von Spektrallinien durch Druck zurückgeführt auf die Wirkung der elektrischen Molekularfelder, welche an den Linien Änderungen ihrer Schwingungszahl im Sinne des von ihm entdeckten Effektes zustande bringen sollen. Es ist keine Frage, daß diese Erklärungsweise so viele Vorzüge vor der älteren Lorentzschen hat, daß an ihrer Richtigkeit nicht gezweifelt zu werden braucht. Von diesem Gesichtspunkt aus ist es nun interessant, die Frage zu stellen nach der Größe der elektrischen Felder, welche wir in Gasen zu erwarten haben. Eine ausführliche Bearbeitung dieses Gegenstands wurde auf meine Veranlassung hin von Herrn J. Holtsmark unternommen. Über die Resultate derselben berichtet er nachstehend in einer kurzen Mitteilung. Selbst möchte ich an dieser Stelle einige Dimensionsbetrachtungen geben, welche in mir die Überzeugung festigten, daß die Starksche Erklärung zu Recht besteht und man bei einer quantitativen Ausarbeitung der Theorie die Möglichkeit bekommen würde, aus Messungen über Linienverbreiterung auf die gegenseitige Lage der Ladungen im Molekül zu schließen.

§ 1. Sind z-Ladungen e_k $(k = 1 \ldots z)$ im Molekül vorhanden und sind ihre Abstände von einem Aufpunkte P gleich r_k, so ist das elektrische Potential des Moleküls

$$\varphi = \sum \frac{e_k}{r_k}.$$

Die Koordinaten des Aufpunktes seien x, y, z, die der n-Ladungen x_k, y_k, z_k, dann ist

$$\frac{1}{r_k} = \left[(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2 + (z - z_k)^2\right]^{-1/2}.$$

Mit Rücksicht darauf, daß die Abstände im Molekül für gewöhnlich als klein vorausgesetzt werden können, gegen den Abstand Aufpunkt-Nullpunkt des Koordinatensystems r (vorausgesetzt, daß letzterer im Innern des Moleküls gewählt wird), entwickeln wir den Ausdruck für $1/r_k$ nach Potenzen der kleinen Größen x_k, y_k, z_k, und erhalten

$$\varphi = \frac{\Sigma e_k}{r} + \frac{1}{r^2}\left\{\frac{x}{r}\Sigma e_k x_k + \frac{y}{r}\Sigma e_k y_k + \frac{z}{r}\Sigma e_k z_k\right\}$$
$$- \frac{1}{r^3}\left\{\left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\frac{x^2}{r^2}\right)\Sigma e_k x_k^2 + \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\frac{y^2}{r^2}\right)\Sigma e_k y_k^2 \right.$$
$$+ \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}\frac{z^2}{r^2}\right)\Sigma e_k z_k^2 - 3\frac{xy}{r^2}\Sigma e_k x_k y_k$$
$$\left. - 3\frac{zy}{r^2}\Sigma e_k y_k z_k - 3\frac{zx}{r^2}\Sigma e_k z_k x_k\right\} + \cdots \quad (1)$$

Hat das Molekül eine Ladung, so ist das erste Glied dieses Ausdrucks maßgebend.

Ist die Gesamtladung Null, so kann das zweite Glied in Betracht kommen, nämlich dann, wenn der Schwerpunkt der positiven Ladungen nicht mit dem Schwerpunkt der negativen übereinstimmt. Wir sagen dann, das Molekül hat ein elektrisches Moment m, dessen Komponenten sich berechnen zu

$$m_x = \Sigma e_k x_k, \quad m_y = \Sigma e_k y_k, \quad m_z = \Sigma e_k z_k.$$

Daß es viele Moleküle gibt, welche ein solches Moment haben, wurde noch neuerdings von Jona[1]), in experimenteller Verfolgung einer älteren Arbeit meinerseits, festgestellt. (Beispiele: Wasser, Alkohol, Ammoniak, Schwefeldioxyd, Kohlensäure, usw.)

Es gibt aber auch Moleküle, bei denen die beiden oben genannten Schwerpunkte zusammenfallen (dazu gehören zweiatomige Gase mit gleichen Atomen wie etwa O_2, N_2, H_2, usw.). Ist das der Fall, dann kommt wesentlich das dritte Glied unseres Ausdrucks in Frage. Das Molekül ist dann charakterisiert durch seine „elektrischen Trägheitsmomente"

$$\Theta_{11} = \Sigma e_k x_k^2, \quad \Theta_{22} = \Sigma e_k y_k^2, \quad \Theta_{33} = \Sigma e_k z_k^2,$$
$$\Theta_{12} = \Sigma e_k x_k y_k, \quad \Theta_{23} = \Sigma e_k y_k z_k, \quad \Theta_{31} = \Sigma e_k z_k x_k,$$

von denen im allgemeinen die sechs angegebenen in Frage kommen. Bekanntlich kann man indessen das Koordinatensystem im Molekül so drehen, das nur drei Hauptträgheitsmomente

$$\Theta_{11} = \Sigma e_k x_k^2, \quad \Theta_{22} = \Sigma e_k y_k^2, \quad \Theta_{33} = \Sigma e_k z_k^2$$

vorhanden sind und die anderen verschwinden[2]).

Es handelt sich nun wesentlich um die Frage, wie groß sind im Mittel die Ladungen, Momente oder Trägheitsmomente der Moleküle?

Die Ladung eines Elektrons beträgt abgerundet $5{,}10^{-10}$ g$^{1/2}$ cm$^{3/2}$ sec^{-1} (im elektrostatischen Maßsystem), der Radius eines Moleküls ist von der Größenordnung 10^{-8} cm. Wir werden deshalb nicht weit fehlgehen, wenn wir:

1) Diese Zeitschr. **20**, 14, 1919.

2) Von dem Falle, daß in einem Molekül die gegenseitige Neutralisierung der Ladungen so weit geht, daß in (1) erst ein viertes Glied von Null verschieden ist, sehen wir hier ab. Damit soll aber über die Möglichkeit eines solchen Falles kein Urteil gefällt sein.

a) die Ladung eines geladenen Moleküls (Ion) zu $5{,}10^{-10}$ $g^{1/2}\,cm^{3/2}\,sec^{-1}$ annehmen,

b) bei einem ungeladenen Molekül, welches ein Moment trägt, dieses zu $5{,}10^{-18}$ $g^{1/2}\,cm^{5/2}\,sec^{-1}$ ansetzen,

c) wenn das elektrische Moment auch verschwindet, ein elektrisches Trägheitsmoment zu $5{,}10^{-28}$ $g^{1/2}\,cm^{7/2}\,sec^{-1}$ berechnen.

Tatsächlich hat die Jonasche Arbeit gezeigt, daß die wirklichen Momente von der angegebenen Größenordnung sind, während die im Zusammenhang mit den Bohrschen Hypothesen entworfenen Molekülbilder die Größenordnung des unter c) genannten Wertes bestätigen.

§ 2. Die elektrische Feldstärke, welche in Gasen durch Übereinanderlagerung aller Molekularfelder entsteht, wird fortwährend schwanken sowohl nach Größe wie nach Richtung; die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten einer Feldstärke, deren Komponenten X, Y, Z, einen Wertebereich $X, Y, Z, X+dX, Y+dY, Z+dZ$ ausfüllen, kann berechnet werden. Die Bestimmung dieser Wahrscheinlichkeit bildet den wesentlichen Inhalt der nachfolgenden Holtsmarkschen Arbeit.

Um den mittleren Wert, welcher für die Feldstärke F zu erwarten steht, abzuschätzen, kann man von folgender Dimensionsbetrachtung Gebrauch machen. Im elektrostatischen Maßsystem hat die Feldstärke F die Dimension $g^{1/2}\,cm^{-1/2}\,sec^{-1}$. Beschränken wir uns zunächst auf den Fall der Ionen, so sind die einzigen Größen[1]), aus denen F berechnet werden soll: die Ladung e des Ions von der Dimension $g^{1/2}\,cm^{3/2}\,sec^{-1}$ und die Zahl der Gasmoleküle im cm^3: n. Letztere Zahl beträgt bekanntlich für ein Gas unter Atmosphärendruck $27 \cdot 10^{18}$ und hat die Dimension cm^{-3}. Aus diesen beiden Größen läßt sich eine Feldstärke nur zusammensetzen in der Kombination $en^{2/3}$. Deshalb erwarten wir, daß in einem Gase von einer Atmosphäre Druck, in dem alle Moleküle die Ladung e tragen würden, eine Feldstärke vorhanden sein muß, von dem ungefähren Betrage

$$F_1 = en^{2/3}. \qquad (2)$$

Sind die Moleküle ungeladen, aber tragen Momente, dann findet man durch die entsprechende Überlegung für die Feldstärke den Betrag

$$F_2 = mn. \qquad (2')$$

Sind schließlich auch die Momente Null und nur elektrische Trägheitsmomente vorhanden, dann ist der zu erwartende Betrag der Feldstärke

$$F_3 = \Theta n^{4/3}. \qquad (2'')$$

Wir setzen nun in den Formeln (2), (2'), (2''), die oben für e, m, Θ und n angegebenen Werte ein und finden zunächst das Resultat in elektrostatischen Einheiten. Durch Multiplikation mit 300 wird dasselbe dann in Volt/cm umgerechnet. So erhalten wir

$$\begin{cases} F_1 = 4500 \text{ el.-st. E.} = 1350000 \text{ Volt/cm}, \\ F_2 = 135 \quad \text{„} \quad = 40500 \quad \text{„} \\ F_3 = 4 \quad \text{„} \quad = 1200 \quad \text{„} \end{cases}$$

Würde der Fall vorkommen, daß in einem Gase von einer Atmosphäre Druck alle Moleküle mit einer Einheitsladung versehen wären, so würde in denselben eine Feldstärke von dem ungeheuren Betrage $1{,}3 \cdot 10^6$ Volt/cm zu erwarten stehen. Bekanntlich liegt allerdings dieser Fall nie vor, aber auch wenn nur ein pro Mille der Moleküle Ionen sind, so hat die Feldstärke immerhin noch den sehr hohen Wert von $1{,}3 \cdot 10^4$ Volt/cm.

In einem Gase wie NH_3 oder SO_2 usw. haben die Moleküle wirklich elektrische Momente von der oben angegebenen Größenordnung. In einem solchen Gase ist also bei Atmosphärendruck im Mittel ein Feld vorhanden von der Größenordnung $4{,}10^4$ Volt/cm. In Stickstoff oder Sauerstoff hat das zu erwartende Feld den Betrag $1{,}2 \cdot 10^3$ Volt/cm.

Es ist klar, daß die eben errechneten Feldstärken vollständig genügen, um, wie Stark das will, eine Theorie der Verbreiterung der Spektrallinien auf den Stark-Effekt aufzubauen. Andererseits dürfte es von besonderem Interesse sein, bei Substanzen mit bekanntem Stark-Effekt aus der beobachteten Verbreiterung der Spektrallinien in Emission oder Absorption, bei Zusatz eines fremden Gases, mit Hilfe der Theorie Rückschlüsse auf die elektrischen Konstanten der zugesetzten Moleküle zu ziehen. Eine qualitative Prüfung der Theorie könnte zunächst anschließen an die durch die Potenzen von n in (2), (2') und (2'') ausgedrückte Abhängigkeit von der Dichte, welche demnach nur in einem Momentengase direkte Proportionalität von Verbreiterung und Dichte erwarten läßt, so lange wenigstens die Aufspaltung im Stark-Effekt der elektrischen Feldstärke proportional gesetzt werden kann.

Göttingen, Physikal. Institut.

(Eingegangen 28. Februar 1919.)

1) Welchen Einfluß die endliche Ausdehnung der Moleküle hat, bleibt hier außer Betracht, vielmehr wird so getan, als ob die Moleküle sich gegenseitig durchdringen könnten.

Über die Verbreiterung von Spektrallinien.

Von J. Holtsmark.

§ 1. Die Verbreiterung der Spektrallinien durch Druck wird bekanntlich nach H. A. Lorentz[1]) mit Hilfe der durch Zusammenstöße des emittierenden Atoms mit anderen Atomen oder Molekülen verursachten Störungen erklärt. Die ausgesandten Wellenzüge werden nach dieser Theorie bei jedem Zusammenstoß abgebrochen, wodurch eine Verteilung der monochromatischen Frequenz über einen Frequenzbereich bewirkt wird. Füchtbauer und Hoffmann[2]) haben diese Theorie einer Prüfung unterzogen, indem sie die Breiten von *Cs*- und *Na*-Linien im Stickstoff bei hohem Druck maßen. Es ergab sich, daß die Breite der Linien experimentell viel größer herauskam als theoretisch.

Nach der neueren Auffassung der Lichtemissionen als quantenhaft sinkt die Wahrscheinlichkeit der Lorentzschen Erklärungsweise auch deshalb, weil es nunmehr ganz unwahrscheinlich wird, daß die Emission von schwingenden Elektronen herrührt.

Gleich nach seiner Entdeckung des Stark-Effekts wies Stark[3]) darauf hin, daß die Verbreiterung von Spektrallinien durch die Einwirkung der elektrischen Felder der benachbarten Atome verursacht sein könnte, und er führte eine Reihe von Tatsachen an, welche diese Auffassung unterstützten, ohne sie jedoch rechnerisch zu verfolgen.

Im folgenden möchte ich zeigen, wie man eine Theorie der Verbreiterung auf dieser Grundlage aufstellen kann, und daß dieselbe in quantitativer Übereinstimmung mit der Erfahrung steht. Dabei stellt sich auch heraus, daß es möglich ist, aus Messungen der Verbreiterung Schlüsse auf gewisse Konstanten des Atoms (Moleküls) zu ziehen, die bis jetzt der Messung nicht zugänglich waren. Wir werden dabei sowohl die Verbreiterung durch Druck als die Verbreiterung durch Ionisation (kondensierter Funken) behandeln können, und es wird unsere Hauptaufgabe sein, die Abhängigkeit der Verbreiterung von der Dichte und Art der umgebenden Molekülen bzw. Ionen zu berechnen. Außerdem werden wir auch die Verbreiterung direkt mit den Konstanten des Stark-Effektes in Beziehung bringen, und verhältnismäßig rohe, aber für unsere Zwecke völlig ausreichende Angaben über die Intensitätsverteilung in der verbreiterten Linie machen können.

Wir bringen im folgenden nur einen Auszug der Theorie mit einigen Anwendungen, die ausführliche Bearbeitung wird in einer demnächst erscheinenden Abhandlung in den Annalen gegeben werden.

§ 2. Das emittierende Atom, welches wir mit der Nummer o versehen wollen, sei von einer großen Zahl anderer störender Atome (oder Moleküle bzw. Ionen) umgeben, letztere bezeichnen wir mit den Nummern 1—10, allgemein n. Die Atome 1—N sollen unter sich gleich sein, können aber von dem Atom o verschieden sein. Im Falle der Füchtbauerschen Versuche wäre z. B. das Atom o das lichtabsorbierende *Cs*-Atom, während die Stickstoffatome den Atomen 1—N entsprechen würden.

Die umgebenden Atome erzeugen an der Stelle des Atoms o ein elektrisches Feld gleich der Summe der Felder sämtlicher Atome. Wegen der ständigen Bewegung der Atome wechselt das Feld fortwährend, wir erhalten also keine einheitliche Aufspaltung der emittierten Linie durch den Stark-Effekt, sondern nur eine Verbreiterung. Wir sind offenbar imstande diese Verbreiterung anzugeben, sobald wir die Wahrscheinlichkeit, daß eine bestimmte Feldstärke herrscht, als Funktion dieser Feldstärke kennen. Auf die Richtung derselben braucht keine Rücksicht genommen zu werden. Der erste Teil unserer Aufgabe ist also die, die Wahrscheinlichkeit einer resultierenden Feldstärke F_0 als Funktion von F_0 zu finden.

Die Feldstärke F_0 am Ort der Atome o setzt sich zusammen aus den von sämtlichen N-Atomen erzeugten Feldstärken. Die Komponenten der letzteren seien für das n-te Atom in einem festen Koordinatensystem X_n, Y_n, Z_n, dann sind die Komponenten von F_0 gegeben durch die Gleichungen

$$X_0 = \sum_1^N X_n, \qquad Y_0 = \sum_1^N Y_n, \qquad Z_0 = \sum_1^N Z_n \tag{1}$$

und wir suchen die Wahrscheinlichkeit, daß

$$\left.\begin{array}{lll} X_0 \text{ zwischen } X_0 & \text{und} & X_0 + dX_0 \\ Y_0 \quad " \quad Y_0 & " & Y_0 + dY_0 \\ Z_0 \quad " \quad Z_0 & " & Z_0 + dZ_0 \end{array}\right\} \tag{2}$$

liegen. Die X_n, Y_n, Z_n hängen nun von einer Anzahl Koordinaten ab, nämlich von den ν

1) H. A. Lorentz, Amsterd. Proc. 25. Jan. 1906.
2) Chr. Füchtbauer u. W. Hoffmann, Ann. d. Phys. **43**, 96, 1914.
3) J. Stark, Elektrische Spektralanalyse chem. Atome. Leipzig, S. Hirzel. 1914.

Koordinaten $x_1, x_2, \ldots x_\nu$, welche die Lage des n-ten Atoms in bezug auf den Mittelpunkt des nullten Atoms charakterisieren.

Jede Komponente unserer resultierenden Feldstärke F_0 hängt also von $N\nu$-Koordinaten ab, nämlich von den $N\nu$-Koordinaten sämtlicher N-Atome. Die Werte dieser Koordinaten wollen wir durch Punkte in den $N\nu$-dimensionalen Raum

$$x_{11} \cdots x_{\nu 1},\ x_{12} \cdots x_{\nu 2},\ x_{1N} \cdots x_{\nu N}$$

darstellen. Diese Punkte werden nach irgendeinem Wahrscheinlichkeitsgesetz in dem Raum verteilt sein. Zu jeder Kombination

$$x_{11} \cdots x_{\nu 1},\ x_{12} \cdots x_{\nu 2},\ x_{1N} \cdots x_{\nu N}$$

ist die Feldstärke X_0, Y_0, Z_0 durch die Gleichung (1) gegeben, indem die X_n, Y_n, Z_n als Funktionen von $x_{1n}, x_{2n} \cdots x_{\nu n}$ zu denken sind.

Die Wahrscheinlichkeit, daß die Koordinaten $x_{1n} \cdots x_{\nu n}$ einem Bereiche $dx_{1n} \cdots dx_{\nu n}$ angehören, kann geschrieben werden

$$\sigma_n\, dx_{1n}\, dx_{2n} \cdots dx_{\nu n}, \qquad (1a)$$

wo σ_n eine Funktion von $x_{1n} \cdots x_{\nu n}$ sein kann.

Die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Kombination von sämtlichen $N\nu$-Koordinaten wird durch das Produkt sämtlicher Ausdrücke von der Form (1a) gegeben sein, also gleich werden:

$$\sigma_1 \cdots \sigma_N\, dx_{11}\, dx_{12} \cdots dx_{1\nu} dx_{21} \cdots dx_{N\nu}. \qquad (1c)$$

Jede solche Kombination ergibt einen bestimmten Wert von X_0 und ebenfalls bestimmte Werte von Y_0 und Z_0 nach (1).

In gewissen Teilen des $N\nu$-dimensionalen Raumes werden also die Gleichungen (2) bei vorgegebenen Werten von X_0, Y_0, Z_0 erfüllt sein, in den übrigen Teilen nicht. Wir erhalten die Wahrscheinlichkeit für das Erfülltsein von (2), indem wir das Verhältnis bilden zwischen der Summe aller für (2) günstigen Volumenelemente, jedes mit der spezifischen Wahrscheinlichkeit dieses Elementes nach (1b) multipliziert und der analogen Summe aller Volumenelemente überhaupt, jedes ebenfalls mit derselben spezifischen Wahrscheinlichkeit multipliziert. Oder die gesuchte Wahrscheinlichkeit für (2) wird[1])

$$W(X_0, Y_0, Z_0) = \frac{1}{V_N} \int\cdots\int \sigma_1 \sigma_2 \cdots \sigma_N\, dx_{11} \cdots dx_{\nu N}, \qquad (3)$$

wo das Integral nur über die für (2) günstigen Teile des $N\nu$-dimensionalen Raumes zu erstrecken ist und V_N die Bedeutung hat

$$V_N = \int\cdots\int \sigma_1 \sigma_2 \cdots \sigma_N\, dx_{11} \cdots dx_{\nu N}, \qquad (4)$$

über den ganzen Raum integriert.

1) Die Funktion $W(X_0, Y_0, Z_0)$ ist in üblicher Weise so definiert, daß die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Komponenten der resultierenden Feldstärke dem Wertebereich $X_0, Y_0, Z_0, X_0 + dX_0, Y_0 + dY_0, Z_0 + dZ_0$ angehören, gleich $W(X_0, Y_0, Z_0)\, dX_0\, dY_0\, dZ_0$ ist.

§ 3. Die Berechnung des Integrals (3) geschieht, indem man dasselbe durch Multiplikation mit einem passenden Dirichletschen Faktor in ein Integral über den ganzen Raum verwandelt, in Anlehnung an eine von A. A. Markoff[1]) angegebene Methode, die auch von v. Laue[2]) angewendet wurde.

Solche Faktoren sind die Dirichletschen Integrale

$$\left.\begin{aligned} H(X) &= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \alpha\xi}{\xi}\, e^{i\delta\xi}\, d\xi, \\ H(Y) &= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \beta\eta}{\eta}\, e^{i\varepsilon\eta}, \\ H(Z) &= \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\sin \gamma\zeta}{\zeta}\, e^{i\varkappa\zeta}\, d\zeta, \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

wenn abkürzend

$$\left.\begin{aligned} \alpha &= \tfrac{1}{2}\, d\, X_0, \quad \delta = \sum_1^N X_n (x_{1n} \cdots x_{\nu n}) - X_0, \\ \beta &= \tfrac{1}{2}\, d\, Y_0, \quad \varepsilon = \sum_1^N Y_n (x_{1n} \cdots x_{\nu n}) - Y_0, \\ \gamma &= \tfrac{1}{2}\, d\, Z_0, \quad \varkappa = \sum_1^N Z_n (x_{1n} \cdots x_{\nu n}) - Z_0 \end{aligned}\right\} \qquad (6)$$

gesetzt wird.

Diese Integrale (5) sind bzw. gleich 1 oder 0, je nachdem die Beziehungen

$$-\alpha < \delta < \alpha, \quad -\beta < \varepsilon < \beta, \quad -\gamma < \varkappa < \gamma$$

gelten, oder nicht, was nach (6) mit (2) identisch ist.

Ich unterdrücke die weitere Rechnung bis auf das Resultat. Das Integral (3) ist mit den Größen (5) zu multiplizieren, wegen der Gleichheit aller N-Atome läßt sich das Produkt unter dem Integralzeichen in (3) und (4) als eine N-te Potenz schreiben und man erhält:

$$W(X_0 Y_0 Z_0) = \frac{1}{8\pi^3} \int_{-\infty}^{+\infty}\int\int d\xi d\eta d\zeta\, e^{-i(X_0\xi + Y_0\eta + Z_0\zeta)} \cdot \frac{1}{V^N}\left[\int_\nu \cdots \int e^{i(X\xi + Y\eta + Z\zeta)}\, \sigma\, dx_1\, dx_1 \cdots dx_\nu\right]^N. \qquad (7)$$

Dabei ist abkürzend

$$V = \int\cdots\int \sigma\, dx_1 \cdots dx_\nu$$

gesetzt, wobei die Koordinaten $x_1 \cdots x_\nu$ eines störenden Moleküls ihren ganzen Wertbereich zu durchlaufen haben.

Infolge des besonderen Verhaltens von X, Y, Z ist die Rechnung hier nicht in derselben

1) A. A. Markoff, Wahrscheinlichkeitsrechnung, deutsch von Liebmann, Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner. 1912. § 16 u. 33.

2) M. v. Laue, Ann. d. Phys. **47**, 853, 1915.

Weise durchzuführen, wie das von Markoff und v. Laue geschehen ist. Tatsächlich sind in unserem Falle die bei jener Rechnung auftretenden quadratischen Mittelwerte von X, Y, Z unendlich groß. Damit steht in unmittelbarem Zusammenhang, daß für die Wahrscheinlichkeit W nicht wie sonst eine verallgemeinerte Gaußsche Wahrscheinlichkeitsfunktion resultiert.

Von der Art des störenden Moleküls hängt die Form der Ausdrücke für die Feldstärkekomponenten X, Y, Z ab; die Rechnung wurde deshalb gesondert durchgeführt für:

1. Geladene Ionen,
2. Dipole,
3. Axensymmetrische Quadrupole.

Der Fall 1 tritt ein, wenn die Verbreiterung durch große Stromdichte hervorgebracht wird, z. B. im kondensierten Funken, den Fall 2 haben wir, wenn z. B. Kohlensäure als verbreiterndes Gas vorhanden ist. Der Fall 3 endlich tritt ein, wenn Stickstoff oder ähnliche symmetrisch gebaute Atome, die keine Dipole besitzen, verbreiternd wirken. Unsymmetrische Quadrupole wurden nicht in Betracht gezogen, weil dieser Fall relativ selten vorkommt, während die Rechnung dann wesentlich komplizierter werden würde.

Für jeden der drei Fälle wurde nun der in (7) vorkommende Exponent $X\xi + Y\eta + Z\zeta$, welcher auch als skalares Produkt eines willkürlichen Vektors $\mathfrak{S}$ mit der Feldstärke F geschrieben werden kann, berechnet und in die Integrale eingeführt. Die Integration läßt sich im zweiten Falle (Dipole) in geschlossener Form ausführen (eine Zahlenkonstante wird durch graphische Integration bestimmt). In den zwei anderen Fällen können Reihenentwicklungen angegeben werden. Ich lasse die Rechnung beim Ion in gekürzter Form folgen, die zwei anderen Fälle werden in den Annalen genau behandelt werden.

§ 4. Setzt man das in (7) vorkommende Integral

$$\frac{1}{V}\int\cdots\int e^{i(X\xi+Y\eta+Z\zeta)}\,\sigma\,dx_1\cdots dx_\nu$$

abkürzend gleich I, so hat man nach der obigen Bemerkung über die Darstellung des Exponenten als skalares Produkt

$$I=\frac{1}{V}\int\cdots\int e^{i(\mathfrak{S}\mathfrak{F})}\,\sigma\,dx_1\cdots dx_\nu. \qquad (8)$$

Beim Ion ist

$$\mathfrak{F}=\frac{\varepsilon}{r^2}\frac{\mathfrak{r}}{r},$$

wenn ε die Ladung des Ions, $\mathfrak{r}$ den Radiusvektor vom Ion als Mittelpunkt ausgehend und r dessen Absolutwert bedeutet. Nennt man noch ϱ den Absolutsbetrag von $\mathfrak{S}$, so daß

$$\varrho=\sqrt{\xi^2+\eta^2+\zeta^2}$$

und bezeichnet mit ϑ den Winkel zwischen $\mathfrak{S}$ und $\mathfrak{F}$, so gilt für das Ion

$$I=\frac{1}{V}\int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi}\int_{\vartheta=0}^{\vartheta=\pi}\int_{r=0}^{r=R} e^{i\varepsilon\frac{\varrho\cos\vartheta}{r^2}}\,r^2\sin\vartheta\,dr\,d\vartheta\,d\varphi\,.$$

Dabei ist neben ϑ als Polabstand noch die „geographische Länge" φ eingeführt um die Richtung im Raum festzulegen. Die Integration nach r wird ausgeführt von $r=0$ bis $r=R$; wir verfahren also so, als ob das Gas eine Kugel vom großen Radius R ausfüllen würde und werden offenbar nur den Grenzwert von I für große Werte von R benötigen. Das Volumen V hat den Wert

$$V=\frac{4\pi}{3}R^3.$$

Es empfiehlt sich mit Rücksicht auf jenen Grenzübergang zuerst die Integration nach r vorzunehmen. Setzt man abkürzend

$$u=\varepsilon\frac{\varrho\cos\vartheta}{r^2},$$

so wird

$$I=\frac{3}{8\pi}\int\int d\Omega\,\alpha^{3/2}\int_{\alpha}^{\infty}e^{iu}\,u^{-5/2}\,du\,,$$

wenn

$$\alpha=\varepsilon\frac{\varrho\cos\vartheta}{R^2}$$

gesetzt wird und das durch $\sin\vartheta\,d\vartheta\,d\varphi$ dargestellte Flächenelement der Einheitskugel $d\Omega$ genannt wird. Die untere Grenze α ist in der Grenze für große Volumina verschwindend klein; das Integral nach u wird deshalb nach steigenden Potenzen von α entwickelt und ergibt

$$\tfrac{8}{3}\alpha^{3/2}\int_{\alpha}^{\infty}e^{iu}\,u^{-5/2}\,du=1+3i\alpha-$$

$$-2\sqrt{\pi}\,e^{+i\frac{\pi}{4}}\alpha^{3/2}+\tfrac{8}{3}\alpha^2+\cdots.$$

Damit wird

$$I=\frac{1}{4\pi}\int\int d\Omega\,[1+3i\alpha-$$

$$-2\sqrt{\pi}\,e^{+i\frac{\pi}{4}}\alpha^{3/2}+\tfrac{8}{3}\alpha^2+\cdots].$$

Die zur Berechnung von I nunmehr nach der angegebenen Formel noch nötige Mittelbildung über die Einheitskugel, führt beim Gliede $3i\alpha$ zum Werte 0; das erste in Betracht kommende Glied ist also das dritte in der eckigen Klammer. Setzt man die Reihenentwicklung nicht weiter fort, so erhält man nach ausgeführter Integration

$$I=1-\frac{2}{5}\sqrt{2\pi}\,\frac{\varepsilon^{3/2}\varrho^{3/2}}{R^3}+\cdots. \qquad (8')$$

Alle folgenden Glieder würden höhere Potenzen von $1/R$ im Nenner haben und können also für $\lim R = \infty$ weggelassen werden.

Nach Vorschrift der Formel (7) haben wir I zur Potenz N zu erheben, wobei N die Gesamtzahl aller Moleküle bedeutet und somit einen sehr großen numerischen Wert hat. Führt man noch neben der Gesamtzahl N die Zahl n der Moleküle pro cm³ ein, so kann nach (8′) die gesuchte Potenz folgendermaßen berechnet werden

$$I^N = \left[1 - \frac{2}{5}\sqrt{2\pi}\frac{\varepsilon^{3/2}\varrho^{3/2}}{R^3}\right]^N = \left[1 - \frac{8\pi}{15}\sqrt{2\pi}\frac{n\,\varepsilon^{3/2}\varrho^{3/2}}{N}\right]^N = e^{-\frac{8\pi}{15}\sqrt{2\pi}\,n\,\varepsilon^{3/2}\varrho^{3/2}}.$$

Nach Einsetzung von Zahlenwerten erhält man also für das

1. Ion $\quad I^N = e^{-4{,}21\,\varepsilon^{3/2}\varrho^{3/2}}$.

Beim Dipol und dem axensymmetrischen Quadrupol wird die Rechnung umständlicher, weil die Feldstärke $\mathfrak{F}$ in komplizierterer Weise von den Raumkoordinaten abhängt. Die Integration über diese Koordinaten wurde graphisch ausgeführt. Es ergeben sich dann für I^N die Werte

2. Dipol $\quad I^N = e^{-4{,}54\,n\,m\,\varrho}$,

wo m das Moment des Dipols bedeutet

3. Axensymmetrischer Quadrupol

$$I^N = e^{-11{,}49\,n\,\Delta^{2/5}\varrho^{3/5}}.$$

Hier müssen über die Bedeutung von Δ, der Konstanten des Quadrupols noch ein paar Worte gesagt werden.

Denken wir uns, das Atom bestehe aus einer Anzahl von Ladungen e_s die um die z-Achse symmetrisch verteilt sind, und zwar so, daß kein Dipolmoment entsteht. Wenn dann die Lagen der Ladungen durch die Koordinaten x_s, y_s, z_s gegeben sind, so können wir die „elektrischen Trägheitsmomente" bilden

$\Sigma e_s x_s^2 = \Theta_1, \quad \Sigma e_s y_s^2 = \Theta_2, \quad \Sigma e_s z_s^2 = \Theta_3$.

Wegen der Symmetrie ist $\Theta_1 = \Theta_2$. Die genauere Untersuchung zeigt, daß für uns nur die Differenz $\Theta_3 - \Theta_2$ maßgebend ist, diese haben wir mit $\triangle$ bezeichnet

$$\triangle = \Theta_3 - \Theta_2 = \Sigma e_s z_s^2 - \Sigma e_s x_s^2.$$

§ 5. Zur Berechnung von $W(x_0 y_0 z_0)$ sind nun nach (7) die Werte von I^N in den Ausdruck für W einzusetzen. Das in W auftretende Integral nach ξ, η, ζ wird durch Einführung von Polarkoordinaten ϱ, ϑ, φ (wo ϑ und φ andere sind als die obigen) auf eine solche Form gebracht, daß die Integration in Reihen möglich ist. Eine längere Rechnung ergibt im Fall 1 (Ion) für $W(x_0 y_0 z_0)$ die Reihenentwickelungen

$$W(F_0)\,dF_0 = \frac{4}{3\pi}\beta^2\,d\beta\,[1 - 0{,}4628\,\beta^2 + 0{,}1227\,\beta^4 - 0{,}02325\,\beta^6 + \cdots]$$

und

$$W(F_0)\,dF_0 = \frac{d\beta}{\pi\beta^{2/3}} \cdot 2{,}350 \left[1 + 5{,}106\,\frac{1}{\beta^{4/3}} - 7{,}4375\,\frac{1}{\beta^2} + 0 \cdot \frac{1}{\beta^{5/3}} + \cdots\right]$$

Die letztere ist semikonvergent, β hat die Bedeutung: Verhältnis der Feldstärke F_0 zu einer von Gas und Dichte abhängigen „Normalfeldstärke" F_n. Beim Ion wird

1. Ion $\quad F_n = 2{,}61 \cdot n^{2/3} \cdot \varepsilon$, $\qquad (9)$

ε ist die Ladung des Ions, n die Zahl der Ionen pro Volumeinheit und

$$\beta = \frac{F_0}{F_n}.$$

Die zwei angegebenen Reihen gelten für bzw. kleine und große Feldstärken, die von ihnen dargestellte Kurve ist in der Fig. 1 gezeichnet. Für kleine und große Feldstärken ist die Wahrscheinlichkeit gering, das Maximum der Wahrscheinlichkeit liegt bei einer mittleren Feldstärke, die etwa gleich 1,25 F_n ist. Maßgebend für die Kurve und somit auch für die unten zu berechnende Verbreiterung ist somit die „Normalfeldstärke" F_n, welche nach (9) berechnet werden kann.

Bevor wir weitergehen, gebe ich noch die entsprechenden Formeln für den Dipol und den axensymmetrischen Quadrupol.

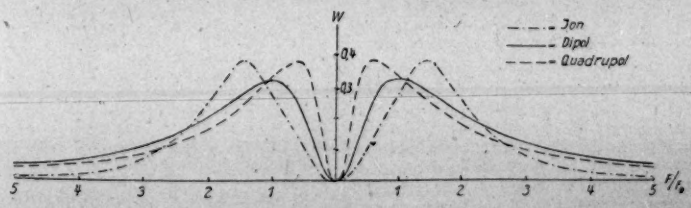

Fig. 1.

Im Falle des Dipols läßt sich das Integral in geschlossener Form auswerten, es wird

$$W(F_0)\,dF_0 = \frac{4}{\pi}\,\frac{\beta^2\,d\beta}{(1+\beta^2)^2}$$

und die Normalfeldstärke ist in diesem Falle

2. Dipol $$F_n = 4{,}54\, n m, \qquad (9')$$

m ist das Moment des Dipols, n die Anzahl Moleküle pro cm³.

Beim Quadrupol mußte wieder auf die Reihenentwicklung zurückgegriffen werden, es ergaben sich die Reihen

$$W(F_0)\,dF_0 = \frac{4}{3}\cdot\frac{4}{\pi}\,\beta^2\,d\beta\,[1-2{,}44\,\beta^2 + \\ + 11{,}25\,\beta^4 - 72\,\beta^6 + \cdots]$$

und

$$W(F_0)\,dF_0 = \frac{d\beta}{\beta^{7/4}}\cdot 0{,}805 \\ \left[1 - 0{,}730\,\frac{1}{\beta^{3/4}} - 0{,}328\,\frac{1}{\beta^{5/4}} + 0{,}621\,\frac{1}{\beta^{7/4}} - 0{,}163\,\frac{1}{\beta^3}\right],$$

welche für kleine bzw. große Werte von $\beta = F_0/F_n$ zu benutzen sind. Die Normalfeldstärke F_n wird für ein aus Quadrupolmolekülen bestehendes Gas definiert durch die Gleichung:

3. Axensymmetrischer Quadrupol
$$F_n = 26{,}0\, n^{3/4}\,\triangle. \qquad (9'')$$

Die Kurven für $W(F_0)$ in den zwei letzten Fällen sind ebenfalls in der Fig. 1 gezeichnet. Sie sind in ihrem qualitativen Verlauf alle gleich. Das Maximum liegt beim Dipol näher am Anfang wie beim Ion und beim Quadrupol noch näher.

§ 6. Das Zustandekommen der Verbreiterung haben wir uns nunmehr folgendermaßen vorzustellen. In jedem Augenblick existiert am Ort des emittierenden oder absorbierenden Atoms ein bestimmtes von den übrigen Atomen bzw. Molekülen herrührendes Feld, welches im Laufe der Zeit fortwährend wechselt. Die Wahrscheinlichkeit, daß das Feld im gegebenen Moment gerade einen Wert zwischen F und $F + dF$ hat (wir lassen im folgenden den Index o an der Feldstärke weg, da er nunmehr überflüssig ist), bezeichnen wir mit $W(F)\,dF$. Dieses Feld F bewirkt, daß die emittierte Linie nicht einfach, sondern dem Stark-Effekt gemäß aufgespalten wird. Nennen wir die Intensitätsverteilung in der aufgespaltenen Linie

$$I_{F,\nu}\,d\nu = I(F,\nu)\,d\nu,$$

dann bezeichnet I die Intensität in irgendeinem relativen Maß bei der Schwingungszahl ν und der Feldstärke F. Wenn wir diese Intensitätsverteilung mit $W(F)\,dF$ multiplizieren und über alle F integrieren, erhalten wir die Intensitätsverteilung in der verbreiterten Linie

$$I_\nu\,d\nu = d\nu \int_0^\infty I(F,\nu)\,W(F)\,dF.$$

Im allgemeinen Falle ist nun $I(F,\nu)$ eine sehr komplizierte Funktion von ν und F. Auf Grund eines genauen Beobachtungsmaterials könnte man die obige Integration graphisch ausführen, es wäre allerdings eine mühsame und kaum lohnende Arbeit. Wir können aber zu einer vorerst vollkommen genügenden Darstellung gelangen, wenn wir die genaue Intensitätsverteilung im Stark-Effekt durch eine ganz einfache ersetzen, die etwa als einen Mittelwert der richtigen anzusehen ist. Dadurch wird das Integral leicht, eventuell graphisch auswertbar. Die einfachste Annahme, die auch sehr gut zu den Beobachtungen paßt, ist die, daß die Linie durch den Stark-Effekt in ein breites Band ausgezogen wird, in dem die Intensität überall dieselbe sein soll, während sie an den Enden scharf zu Null herabfällt. Die gesamte Lichtmenge wollen wir uns bei allen Feldstärken unverändert denken. Daß dies berechtigt ist, sieht man sofort aus den Figuren von Stark[1]), jedoch ist es möglich, daß man bei einer genaueren Untersuchung eine Änderung der Gesamtintensität mit der Feldstärke annehmen muß. Eine einfache Rechnung, die hier weggelassen werden soll, ergibt dann für I_ν das Integral

$$I_\nu = \int_0^{F'} \frac{f}{\gamma F}\,W(F)\,dF,$$

hier ist f eine Konstante, die das Maß für die Intensität gibt, während γ den Proportionalitätsfaktor des Stark-Effekts darstellt. Ist die maximale Aufspaltung bei der Feldstärke F gleich $2\nu_m$, so ist

$$\gamma = \frac{2\nu_m}{F}.$$

Obige Formel ergibt mit Einsetzung der früher gegebenen Ausdrücke für $W(F)$ und mit Zuhilfenahme von graphischer Integration Kurven, wie in Fig. 2, aus denen die Halbwertsbreiten folgen

1. Ion: $2\nu_h = 3{,}25\,\gamma\, n^{2/3}\,\varepsilon$
2. Dipol: $2\nu_h = 4{,}54\,\gamma\, n\, m$
3. Quadrupol: $2\nu_h = 17{,}2\,\gamma\, n^{1/3}\,\triangle.$ (10)

Wir sind hier zu einem wichtigen Resultat gelangt, daß wir folgendermaßen ausdrücken können:

Wenn die störenden Atome (oder Moleküle) Ionen sind, so ist die Halb-

1) Vgl. J. Stark, l. c., Aufspaltung von H_α, H_β, H_γ, H_δ.

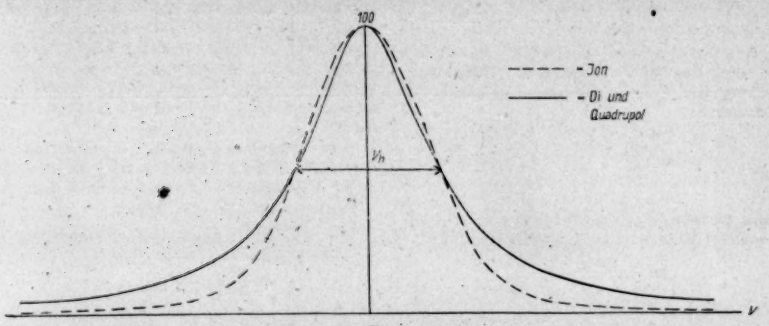

Fig. 2.

wertsbreite proportional zur $^2/_3$ Potenz ihrer Dichte, sind die störenden Moleküle Dipole, so ist die Breite proportional der Dichte selbst, und wenn sie Quadrupole sind, so ist die Breite proportional der $^4/_3$ Potenz ihrer Dichte.

Die Breite ist proportional mit γ, d. h. der Aufspaltung durch den Stark-Effekt für die Einheit der Feldstärke.

Diese Gleichungen geben uns die Möglichkeit, die Theorie an der Erfahrung zu prüfen. Einerseits wollen wir sie dazu benutzen, um die Verbreiterung in dazu geeigneten Fällen auszurechnen, andererseits um aus der gemessenen Verbreiterung Schlüsse auf das störende Molekül zu ziehen.

§ 7. Die sehr zahlreichen Versuche über Verbreiterung und Verschiebung durch Druck (letztere ist wohl als Wirkung eines unsymmetrischen Stark-Effektes aufzufassen) sind für unsere Zwecke meist nicht verwertbar, da nicht darauf geachtet wurde, daß nur Ionen oder nur Gasdruck verbreiternd wirken konnte. Wo beide in merklicher Menge vorhanden sind, läßt sich wenig entscheiden. Ich habe aber die Versuche von Füchtbauer und Hoffmann[1]) berechnet; in diesen Versuchen war nämlich die Art und Dichte der verbreiternden Moleküle genau bestimmt. Es wurde die Breite von *Cs*-Linien im Stickstoff bei hohem Druck (2 Atm.) gemessen. Leider ist der Stark-Effekt nicht bekannt für die gemessene *Cs*-Linie λ 4555 Å.-E. Stark[2]) gibt aber für die entsprechende *Li*-Linie λ 6104 Å.-E. an, daß eine sichere Aufspaltung in „kleinem" Abstand vorhanden war. Dasselbe ist bei der ebenfalls entsprechenden *Na*-Linie λ 5890 Å.-E. der Fall. Wir dürfen demnach die Aufspaltung unter Berücksichtigung der Dispersion des von Stark verwendeten Spektrographen zu etwa 0,3 Å.-E. in einem Felde von 40000 Volt/cm schätzen. Diese Schätzung ist natürlich eine rohe, aber für die Größenordnung wohl eine genügend genaue. Es berechnet sich dann aus unseren Formeln und der Versuchsdaten von Füchtbauer und Hoffmann die Quadrupolkonstante des Stickstoffmoleküls zu

$$\Theta_3 - \Theta_2 = \triangle = 8{,}6 \cdot 10^{-26} \text{ el.-st. E.}$$

Um diese Zahl mit bekannten in Beziehung zu bringen, habe ich das Stickstoffmodell von Sommerfeld[1]) angenommen: zwei Kerne mit je 4 Elektronen in kleinem Abstand, ein um die Verbindungslinie der zwei Kerne rotierender Kreisring von 6 Elektronen. Sommerfeld berechnet für den halben Ringdurchmesser

$$a = 0{,}60 \cdot 10^{-8} \text{ cm},$$

während aus dem oben gefundenen Wert von $\triangle$ für diesen Radius

$$a = 0{,}587 \cdot 10^{-8} \text{ cm}$$

folgt.

Es braucht wohl nicht gesagt zu werden, daß die Übereinstimmung nur zufällig so genau ist wegen der rohen Schätzung des Stark-Effekts. Es scheint mir aber, daß hiermit wohl gezeigt ist, daß die Theorie die richtige Größenordnung für die Breite liefert.

Auf Wasserstoff läßt sich die Theorie wegen der genauen Kenntnis des Stark-Effekts wohl anwenden.

Das Wasserstoffmolekül ist wieder ein axensymmetrischer Quadrupol. Aus dem Bohr-Debyeschen Modell[2]) berechnet sich

1) Chr. Füchtbauer u. W. Hoffmann, Ann. d. Phys. **43**, 96, 1914.
2) J. Stark, l. c.

1) A. Sommerfeld, Ann. d. Phys. **53**, 497, 1917.
2) P. Debye, Münchn. Ber. Math.-phys. Kl. 1915, S. 1.

$$\Delta = \theta_3 - \theta_2 = 2{,}0 \cdot 10^{-26} \text{ el.-st. E.},$$

mit $a = 0{,}5 \cdot 10^{-8}$ cm.

Aus den Angaben von Stark[1]) entnehmen wir die folgenden Konstanten. Eine Aufspaltung von 1 Å.-E. wird bewirkt durch die Feldstärken

bei H_α 15 el.-st. E.
H_β 11 „
H_γ 8 „
H_δ 5,5 „

Damit berechnen sich die folgenden Breiten bei normaler Dichte und Zimmertemperatur

H_α 1,8 Å.-E.
H_β 2,4 „
H_γ 3,3 „
H_δ 4,7 „

Im Lichtbogen wurden bis zu zehnmal größere Breiten gefunden, ohne Zweifel wegen der großen Ionenkonzentration.

Bei geringeren Drucken liegen ältere Messungen vor von Michelson[2]), die interferometrisch gemacht sind. In der folgenden Tabelle gebe ich seine Zahlen und daneben die aus der skizzierten Theorie berechneten zum Vergleich an.

Tabelle.

Druck (cm)	Halbw.-Breite in Å.-E.	Ber. Halbw.-Breite
20	0,2	0,30
9	0,128	0,11
7,1	0,116	0,08
4,7	0,095	0,04
2,3	0,071	0,016
1,3	0,056	0,007
0,9	0,053	0,004
0,5	0,050	—
0,3	0,040	—

Die Übereinstimmung ist eine recht gute, besonders ist es bemerkenswert, daß die Michelsonschen Zahlen nach unten zu eben dort konstant werden (und in die Doppler-Effektverbreiterung übergehen), wo die Stark-Effektverbreiterung unmerklich wird. Michelson gibt selbst an, daß seine Zahlen wahrscheinlich bei den größten Drucken etwas zu niedrig sein dürften, wegen der von der theoretisch angesetzten, abweichenden Intensitätsverteilung der Linie.

Ich gebe keine weiteren Beispiele an, da die Beobachtungen, wie oben gesagt, zum größten Teil schlecht verwertbar sind. Man dürfte wohl aber aus den mitgeteilten Zahlen ersehen, daß die Theorie mindestens die richtige Größenordnung des Effekts wiedergibt. Es müssen weitere Versuche, die nunmehr zweckentsprechend anzulegen wären, darüber entscheiden, ob sie vollständig ist, oder ob noch andere bisher unbekannte Ursachen der Verbreiterung mit hereinspielen.

Die Bearbeitung wurde auf Veranlassung von Prof. Debye unternommen und im Göttinger Physikalischen Institut durchgeführt.

Kristiania, den 6. Februar 1919.

(Eingegangen 28. Februar 1919.)

1) J. Stark, l. c.
2) A. Michelson, Phil. Mag. (5) **34**, 289, 1892.

Tagesereignisse.

Gründung eines Verbandes deutscher Radio-Ingenieure. In Berlin fand kürzlich ein Zusammenschluß der führenden Techniker aus dem Gebiete der drahtlosen Telegraphie zu einem großen wissenschaftlichen Verbande statt, der aber auch wirtschaftliche Zwecke verfolgen soll. Die drahtlose Telegraphie hat eine große Zukunft, wie die Erfahrungen des Krieges bewiesen haben. Die gegenwärtig in Berlin stattfindende Telefunkenausstellung zeigt, wie mannigfach die Aufgaben der drahtlosen Telegraphie und drahtlosen Telephonie auf allen Gebieten sind. Die drahtlose Technik wird in kurzer Zeit in fast allen Wirtschaftsfragen vollwertig vertreten werden müssen; der neu gegründete „Verband deutscher Radio-Ingenieure" e. V. (Geschäftsstelle: Berlin-Steglitz, Göttinger Straße 7), soll der Wahrung der Interessen dieser neuen Technik auf wissenschaftlichem und wirtschaftlichem Gebiete dienen. Die Vertretung des Verbandes in der Reichs-Funk-Kommission ist bereits in die Wege geleitet. Die Arbeit hat in allen Ausschüssen begonnen. RD.

Personalien.

(Der Herausgeber bittet die Herren Fachgenossen, der Schriftleitung von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Göttingen Fräulein Dr. Emmy Noether für Mathematik.

Ernannt: Der Privatdozent für Chemie an der Universität Wien Dr. Anton Kailan zum a. o. Professor ebendaselbst.

Verliehen: Dem Privatdozent für organische Chemie an der Technischen Hochschule Stuttgart Dr. Hugo Bauer Titel und Rang als a. o. Professor.

In den Ruhestand: Der ord. Professor der Chemie an der Technischen Hochschule Karlsruhe Wirkl. Geheimer Rat Dr. Karl Engler.

Gesuche.

Gesucht

wird von einem in der Elektrotechnik erfahrenen **Physiker,** dem bis jetzt durch seine Tätigkeit (u. a. Universitätsassistent) reichlich Gelegenheit gegeben war, selbständig zu arbeiten, mit prima Zeugnissen, in der Industrie dauernde selbständige Beschäftigung. Angebote sind unter **S. H. 540** an den Verlag dieser Zeitschrift (S. Hirzel) in Leipzig, Königstr. 2 zu richten.

Für die Schriftleitung verantwortlich Professor Dr. Peter Debye in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Fig. 1.